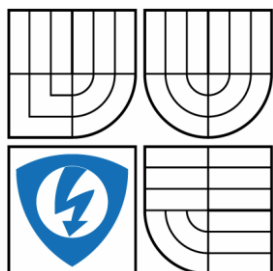


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ

ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

## POLOHOVÝ A KURSOVÝ REFERENČNÍ SYSTÉM

ATTITUDE AND HEADING REFERENCE SYSTEM

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. KRYŠTOF CHOTAŠ

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. STANISLAV KLUSÁČEK, Ph.D.

BRNO 2014



**VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ**

**Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií**

**Ústav automatizace a měřicí techniky**

# Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor  
**Kybernetika, automatizace a měření**

**Student:** Bc. Kryštof Chotaš

**ID:** 125459

**Ročník:** 2

**Akademický rok:** 2013/2014

**NÁZEV TÉMATU:**

## Polohový a kursový referenční systém

### POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Cílem diplomové práce je prozkoumat možnosti využití vícenásobných inerciálních senzorů pro AHRS aplikace. Stěžejní částí práce bude vývoj optimálního způsobu fúze inerciálních senzorů s ohledem na jejich využití v navigačním systému AHRS. V rámci diplomové práce

1. Zpracujte rešerši týkající se problematiky navigačních systémů založených na inerciálních senzorech, nastudujte dostupné AHRS algoritmy, algoritmy fúze vícenásobných inerciálních senzorů.
2. Navrhněte model celého systému v prostředí MATLAB Simulink. Součástí modelu musí být i chybový model inerciálních senzorů. Předpokládá se využití low cost MEMS senzorů.
3. Ověřte a vyhodnoťte výsledky získané simulací pomocí dat z reálných senzorů.

Práce bude realizována ve spolupráci s firmou Honeywell International, s.r.o.

### DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] Farrell, J.A. Aided navigation: GPS with High Rate Sensors s.530.: McGraw-Hill, 2008. DOI: 10.1036/0071493298

[2] WOODMAN, Oliver. An introduction to inertial navigation [online]. Cambridge: University of Cambridge, 2007 [cit. 2013-08-29]. ISSN 1476-2986. Dostupné z: <http://www.cl.cam.ac.uk/techreports/>

Dle doporučení konzultantů a vedoucího práce.

**Termín zadání:** 10.2.2014

**Termín odevzdání:** 19.5.2014

**Vedoucí práce:** Ing. Stanislav Klusáček, Ph.D.

**Konzultanti diplomové práce:** Ing. Marek Fojtach - Honeywell International s.r.o.

**doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.**

*Předseda oborové rady*

## **Abstrakt**

Diplomová práce pojednává o problematice inerciálních navigačních systémů. Jsou zde popsány základní problémy vztažných soustav, souřadnicových soustav a maticových výpočtů pro AHRS. Dále jsou zde popsány některé základní principy inerciálních senzorů a inerciálních měřících jednotek včetně typických chyb těchto senzorů (systémů). Práce také obsahuje možná řešení potlačení těchto chyb. Toto dílo může sloužit jako literatura vhodná pro pochopení navigační terminologie. Hlavním účelem práce je výzkum využití více shodných typů senzorů pro zlepšení výsledků měření systémů AHRS.

## **Klíčová slova**

Inerciální navigační systémy, vztažné soustavy, souřadnicové systémy, gyroskopy, akcelerometry, inerciální měřící jednotky, potlačení šumu

## **Abstract**

This thesis deals with inertial navigation systems issues. It describes basics of reference frames, coordinate systems and matrix calculations for AHRS. There are also basic information about inertial sensors, inertial measurements units and its mistakes. One of the purposes of this paper could be explanation of inertial navigation systems terms. The main object of this thesis is to explore the influence of using multiple sensors of same type to enhance measurements of AHRS systems.

## **Keywords**

Inertial navigation systems, reference frames, coordinate systems, gyroscopes, accelerometers, inertial measurement units, noise suppression

### **Bibliografická citace:**

CHOTAŠ, K. *Polohový a kursový referenční systém*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2014. 87 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Stanislav Klusáček, Ph.D..

## **Prohlášení**

„Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma Polohový a kursový referenční systém jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne: 20. dubna 2014

.....  
podpis autora

## **Poděkování**

Děkuji vedoucímu diplomové práce Ing. Stanislavu Klusáčkovi, Ph.D. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

Dále bych rád poděkoval konzultantovi diplomové práce Ing. Marku Fojtáchovi a společnosti Honeywell International, s.r.o. za získání cenných zkušeností, rad a materiálů v průběhu realizace mé diplomové práce.

Velké díky také patří Mgr. Radku Baránkovi, za trpělivost, podporu a předání cenných zkušeností při pomoci se sestavováním komplementárního filtru a při jeho ladění.

V Brně dne: 20. dubna 2014

.....  
podpis autora

# Obsah

1	Úvod .....	8
2	Inerciální navigace.....	9
2.1	Souřadnice, souřadnicové systémy a vztažné soustavy .....	9
2.2	INS & AHRS.....	21
3	Snímače pro AHRS .....	24
3.1	Gyroskopy .....	24
3.2	Akcelerometry .....	27
3.3	Magnetometry .....	27
4	Chyby MEMS senzorů pro AHRS .....	29
4.1	Deterministické chyby .....	29
4.2	Stochastické chyby .....	31
4.3	Modelování chyb MEMS senzorů pro AHRS.....	33
5	Metody potlačení chyb měření.....	34
5.1	Potlačení deterministických chyb inerciálních senzorů .....	34
5.2	Potlačení stochastických chyb inerciálních senzorů .....	35
6	Realizace práce.....	39
6.1	Modely senzorů a jejich šumu.....	40
6.2	Stavový prostor a integrace úhlových rychlostí .....	44
6.3	Kompenzace vzájemného pohybu vztažných soustav .....	48
6.4	Komplementární filtr .....	50
6.5	Využití více senzorů – statistické metody.....	53
7	Vlastní měření .....	55
7.1	Využití více IMU bez Komplementárního filtru .....	57
7.2	Využití více IMU s Komplementárním filtrem .....	69
7.3	Využití více AHRS s následnou filtrací.....	75
7.4	Shrnutí pořízených výsledků.....	80
8	Závěr.....	82

# 1 ÚVOD

V posledních několika dekádách dochází v technických oborech k velkému rozmachu nových technologií. Tento fakt se odráží nejen na kvalitativních znacích přístrojů, ale i na rychlosti výroby, což má za následek snižování cen výrobků. Tento trend lze pozorovat i v leteckém průmyslu, kde je běžná délka vývojového cyklu odhadována na několik let. To je mimo jiné způsobeno nutností náročné certifikace, která je vyžadována zákazníky a leteckými organizacemi jako jsou FAA (Federal Aviation Administration) nebo EASA (European Aviation Safety Agency). Tato doba se však snižuje v oblasti všeobecného letectví (General Aviation – GA), která zahrnuje malá obchodní letadla nebo akrobatické a volnočasové létání.

V oblasti GA se dodnes velmi často používají přístroje založené na mechanickém principu. To má za následek vysokou cenu, velkou hmotnost a náročnou údržbu. Na druhé straně jsou tyto přístroje velmi precizní a spolehlivé a to i po odpojení od napájení. V důsledku modernizace těchto malých letadel se snaží největší společnosti na trhu vyvinout alternativní modernizované a levnější verze těchto přístrojů. Ty jsou převážně založeny na elektronických principech.

Tato práce byla vytvořena ve spolupráci se společností Honeywell, která se snaží o vytvoření nového elektronického umělého horizontu pro oblast všeobecného letectví. Pokud se přidá k umělému horizontu i informace o kurzu letadla, získá se tzv. AHRS (Attitude & Heading Reference System - Polohový a kursový referenční systém), tedy systém pro určení orientace letadla v prostoru. Nové AHRS systémy by měly být založeny na technologii MEMS (Microelectromechanical systems). Tato technologie umožňuje výrobu velmi malých senzorů s nízkou hmotností, jež jsou velmi robustní. Další značnou výhodou je jejich poměrně nízká cena v porovnání s ostatními technologiemi. Na druhé straně se MEMS senzory potýkají s problémem nízké výkonnosti, která se stále zlepšuje, a s chybami měření.

Cílem práce je podrobné nastudování a nasimulování běžných MEMS senzorů, zpracování jejich výstupních dat a provedení modelu AHRS. První části této práce se bude věnovat teorii inerciálních navigací, vlastnostem inerciálních senzorů a jejich chybám. V druhé části bude probrána teorie potlačení chyb těchto senzorů a jejich kalibraci. Dále bude popsán model v prostředí Matlab Simulink a jeho jednotlivé části. Nakonec nebude chybět zhodnocení jednotlivých metod potlačení chyb. V rámci práce bude vytvořena i knihovna pro prostředí Matlab Simulink, která umožní snadnou tvorbu simulací pro tento obor zkoumání.

Osobním cílem autora této práce je uplatnění získaných zkušeností v průběhu studia a aplikace vědomostí nabytých během pracovní praxe v leteckém průmyslu. Další cíle jsou získání širšího povědomí o simulacích leteckých přístrojů v prostředí Matlab Simulink a aplikace matematických metod simulace a statického zpracování dat. [4]



## 2 INERCIÁLNÍ NAVIGACE

Inerciální navigací rozumíme techniku zaznamenávání trakce a orientace předmětů v prostoru, jež je nezávislá na systémech v okolí. V následujících podkapitolách jsou popsány základní principy této techniky.

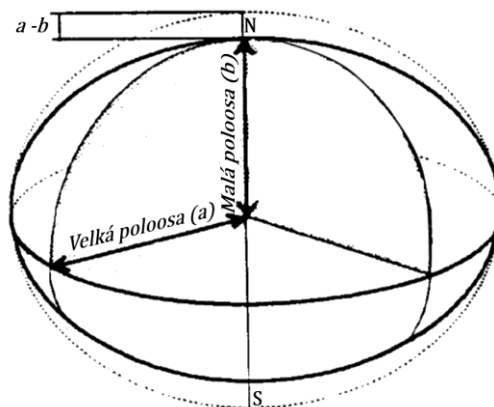
Již ze slova inerciální (inercie = setrvačnost) je možné odvodit, že je nutno znát základní Newtonovy zákony. Je-li známo, že se budou používat Newtonovy zákony pro orientaci v prostoru, je možné konstatovat, že musí být předem určeny jednotlivé vztažné soustavy. Každá soustava by měla být popsána souřadnicovým systémem. Aby bylo dále možné mezi soustavami převádět, je třeba znát převodní matice, případně matice rotace mezi systémy. Tyto základy jsou popsány v kapitole 2.1. Kromě těchto základů existuje i několik technik použití inerciálních navigací, které jsou popsány v podkapitole 2.2. [1]

### 2.1 Souřadnice, souřadnicové systémy a vztažné soustavy

Termínem souřadnice rozumíme čísla nebo velikosti, jejichž účelem je určení pozice jednoho elementu z množiny elementů. To může být například bod (element) v rovině (množina elementů). Podle odvětví, kde jsou souřadnice použity, se mění i jejich pojmenování, případně smysl. Souřadnice je možné chápat například jako vektory (velikosti vektoru pro jednotlivé osy) nebo i jako vztažné soustavy (počátek a orientace soustavy).

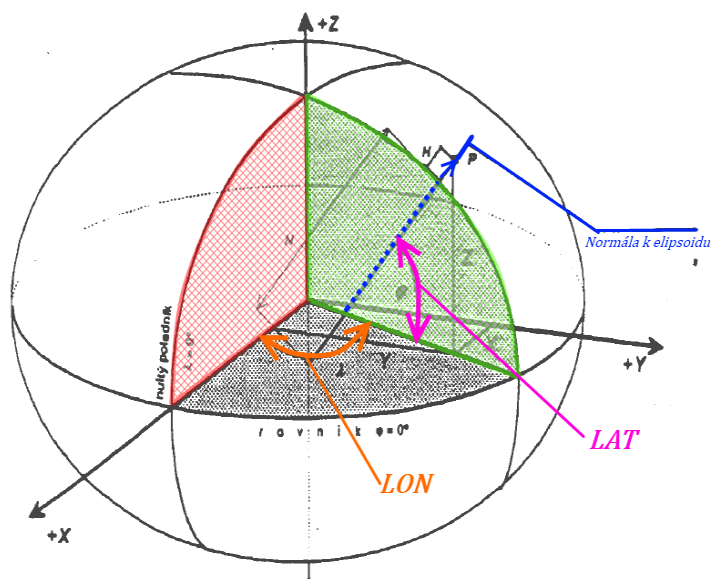
Jsou-li tyto množiny elementů uspořádány, je možné je označovat jako souřadnicové systémy nebo grafy. Jako speciální a nejjednodušší případ souřadnicového systému může být systém lineární. V takovém prostoru jsou dva rozdílné elementy vždy propojeny rovnými čarami. Příkladem může být kartézská soustava. Naopak polární soustava souřadnic se řadí mezi „křivočaré“ systémy. V těch nejsou dva body spojeny vždy přímými čarami, ale i křivkami. Výhoda těchto křivočarých systémů je, že je možné je použít i mimo rovinu, konkrétně na povrchy těles. To je velmi výhodné z hlediska geodézie (geografie). [2][4]

Pro leteckou navigaci je pak nutné znát uspořádání souřadnic na Zemi. Vzhledem k tomu, že povrch planety Země není přirovnatelný k povrchu koule, ale je možné ho charakterizovat jako geoid, je nutné zvolit vhodnou aproximaci. Pro tyto aproximace se obvykle používá tzv. rotační elipsoid. Tj. prostorové těleso vzniklé rotací elipsy kolem její svislé osy  $b$ . V případě Země je poloosa  $b$  kratší než poloosa  $a$ , tak jak je možné vidět na obrázku Obr. 2.1, který popisuje tvar tohoto elipsoidu. V civilní navigaci je dnes nejčastěji používána verze WGS84 (World Geodetic System 1984), což je světově uznávaný systém vydaný ministerstvem obrany USA v roce 1984. Byl určen satelitními měřeními a je standardem v technologii GPS.



Obr. 2.1 Schéma rotačního elipsoidu [3]

Pro orientaci na povrchu elipsoidu WGS84 se nejčastěji využívá dvojice geografických (zeměpisných) souřadnic. První z nich, zeměpisná šířka, je podle anglického „Latitude“ označována jako *LAT* a je definována jako úhel mezi rovníkem a normálou k ploše elipsoidu. Zeměpisná šířka nabývá hodnot  $\pm 90^\circ$ . Druhou souřadnicí je zeměpisná délka, jež je značena z anglického „Longitude“ jako *LON*. Ta je definována jako úhel mezi rovinou základního poledníku (Greenwich) a rovinou poledníku daného bodu. Může nabývat podle zvyklostí  $\pm 180^\circ$  nebo  $0-360^\circ$ . To je vidět na obrázku Obr. 2.2. Výška bodu nad povrchem je brána jako vzdálenost od povrchu rotačního elipsoidu, avšak v letecké navigaci je používáno více typů výšek. Jako příklad může být výška letu (z anglického „Altitude“ se značí *ALT*), která je převážně určena tlakem vzduchu v dané letové výšce a je na přístrojích udávána ve stovkách metrů nad průměrnou hladinou moře. Dalším typem souřadnic, které je možné v navigačních nebo měřicích technologiích použít, jsou rovinné (kartézské) souřadnice, nebo jejich nadmnožina XYZ souřadnice. [3][4]

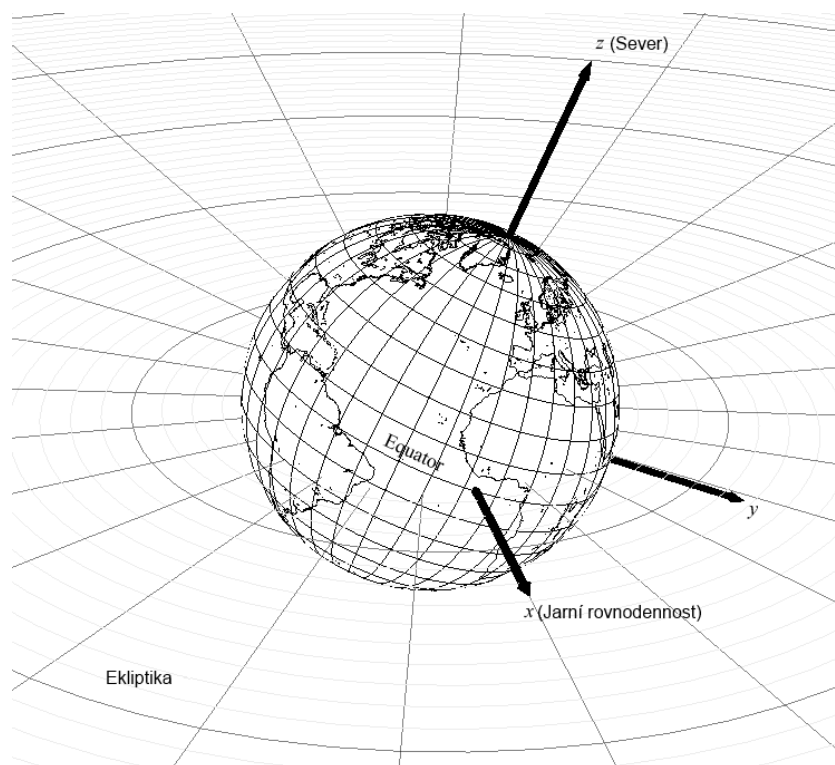


Obr. 2.2 Schéma zeměpisného souřadnicového systému [3]

Na obrázku Obr. 2.2 je možno vidět speciální případ XYZ souřadnic. Ty se nazývají Geocentrické souřadnice XYZ a mají počátek ve středu rotačního elipsoidu. Kladná osa  $X$  prochází průsečíkem nultého poledníku a rovníku. Kladná osa  $Z$  protíná severní pól (osa rotace Země). Osa  $Y$  pak leží v rovníkové rovině a je v ní otočena o  $+90^\circ$  vůči ose  $X$ . Zanedbá-li se „geografická soustava“ a bere se jako „geocentrická soustava“, tak se může z anglického „Earth Centered Earth Fixed Frame“ značit ECEF. Její zásadní nevýhodou je fakt, že se nejedná o inerciální vztažnou soustavu.

Vztažná soustava je taková soustava (obvykle těles, nebo orientovaného tělesa), ke které se vztahuje klid nebo pohyb sledovaného tělesa. Inerciální je vztažná soustava pak když v ní platí Newtonovy zákony (NZ), tedy pokud v ní může pozorované těleso setrvávat v rovnoměrném přímočarém pohybu nebo zůstat v klidu (první NZ). [5]

Pro inerciální navigační systémy je nutné mít definovanou soustavu inerciální. V praxi je nejčastěji používána soustava ECI (Earth Centered Inertial). Střed této soustavy je v těžišti planety Země. Osa  $X$  této soustavy směřuje do imaginárního bodu s názvem „Jarní rovnodennost“. Jedním z popisů tohoto směru může být úsečka mezi středem Země a středem Slunce v době jarní rovnodennosti. Jiné literární prameny uvádějí, že se jedná o směr vztažený k Souhvězdí Berana (Aries). V obou případech je výsledkem takto definované osy  $X$  fakt, že tato soustava je vztažena vůči vesmírným tělesům ve velkých vzdálenostech. Osa  $Z$ , stejně jako je tomu u ECEF, je totožná s osou rotace Země. Osa  $Y$  je pak doplňkem do pravoúhlé soustavy souřadnic podle pravidla pravé ruky. To je možné vidět na následujícím obrázku (Obr. 2.3). [3][4][6]



**Obr. 2.3 Earth-Centered Inertial (ECI) Coordinate System [6]**

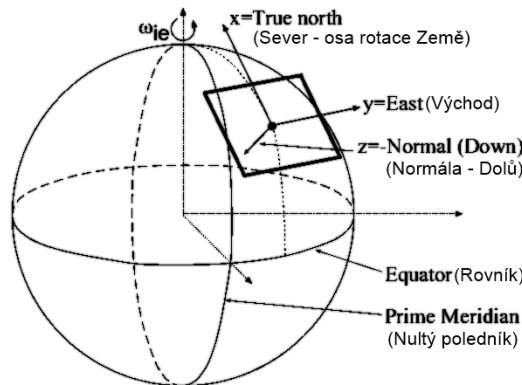
Vztažná soustava ECEF rotuje vůči ECI úhlovou rychlostí  $\omega_{ie}$ , jejíž výpočet je uveden v rovnici (2.1). Ve vzorci je možno vidět, že na vzájemnou rotaci těchto soustav vůči sobě má vliv počet otočení Země kole své osy za rok a zároveň počet otočení Země kolem slunce. Dolní index „ie“ v této notaci značí rotaci soustavy  $i$  vůči soustavě  $e$ .

$$\begin{aligned}\omega_{ie} &\approx \frac{1 + 365,25 [\text{cyklus}]}{24 \cdot 365,25 [h]} \frac{2\pi [\text{rad/cyklus}]}{3600 [s/h]} \\ &= 7,292115 \times 10^{-5} [\text{rad/sec}] \end{aligned} \quad (2.1)$$

Maticově je pak zápis výroku, že inerciální soustava  $e$  rotuje vůči soustavě  $i$  úhlovou rychlostí  $\omega_{ie}$  z pohledu soustavy  $e$ , kde  $i$  značí soustavu ECI a  $e$  značí soustavu ECEF, vidět na vzorci (2.2). Je zde také vidět, že rotace probíhá kolem osy  $Z$ , která je společná pro obě soustavy.

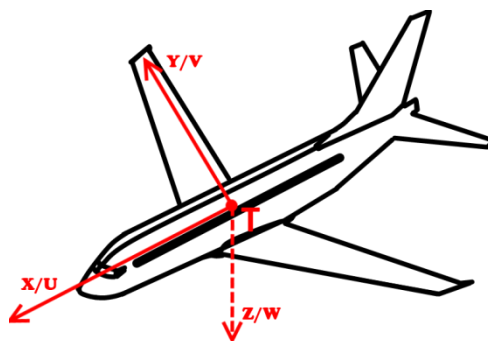
$$\omega_{ie}^e = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \omega_{ie} \quad (2.2)$$

Jelikož není vždy vyžadována globální znalost pozice objektu, ale jen její lokální informace, jsou zavedeny další systémy. Mezi tyto systémy můžeme řadit například lokální tečnu povrchu elipsoidu, jež je anglicky nazývána „Locally Tangent coordinate system“. Jedná se o plošnou aproximaci lokálního povrchu, jež je možné považovat přibližně za rovný. Používá se například při navigaci po letištích, nebo pro orientaci robotů v malém prostoru. Na obrázku Obr. 2.4 je vidět jeden ze dvou systémů souřadnic, jež jsou často používány. Nazývá se NED podle směrů souřadnicových os, tedy osa  $X$  směřuje na sever (North), osa  $Y$  na východ (East) a osa  $Z$  doplňuje systém směrem „dolů“ (Down). Prohozením os  $X$  a  $Y$  můžeme vytvořit systém ENU (East-North-Up), kde osa  $Z$  směřuje nahoru. [4]



Obr. 2.4 Schéma systému NED (North East Down) [4]

Další lokální systém používaný v leteckém průmyslu je tzv. „Body Frame“ jež popisuje letadlo jako vztažnou soustavu. Tento systém má počátek v těžišti letadla. Osa  $X$  směřuje k pilotní kabině (AJ: Longitudal axis). Osa  $Y$  je orientována k pravému křídlu (AJ: Lateral axis) a osa  $Z$  směřuje směrem „dolů“ (AJ: Vertical axis). To je vidět na následující ilustraci (Obr. 2.5). Některé zdroje uvádí značení UVW namísto XYZ.



**Obr. 2.5 Vztažná soustava objektu (letadla) – anglicky Body frame**

Pro systémy AHRS, jež jsou popsány v následující kapitole, jsou velmi důležité rotace kolem os ve vztahu k inerciálnímu systému. Rotaci kolem osy  $X$  nazýváme z anglického jazyka „roll“. Stejně tak rotace kolem osy  $Y$  je nazývána „pitch“ a kolem osy  $Z$  „yaw“. Tyto rotace jsou kladné dle pravidla pravé ruky a lze je charakterizovat následujícím způsobem.

$$\omega_{ib}^b = \begin{bmatrix} roll \\ pitch \\ yaw \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} náklon \\ klovení \\ kurz \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Vzhledem k tomu, že v praxi není vždy možné umístit soustavu inerciálních senzorů do těžiště letadla, je zavedena soustava „IMU Frame“ (Aj: Inertial Measurement Unit). Ta se většinou liší od „Body frame“ pouze translacemi v jednotlivých osách. V této práci, pokud nebude uvedeno jinak, se uvažuje IMU totožná s „Body frame“. V inerciální navigaci je IMU frame nejčastěji využíván akcelerometry.

Ve zkratce je vhodné nakonec popsat další dva systémy. První je Wanderův systém (Wander frame), jehož osa  $Z$  je shodná s osou  $Z$  systému ENU, ale je natočen v rovině EN (od os  $X, Y$  v ENU) o Wanderův úhel  $\alpha$ . Druhým systémem je tzv. „Výpočetní soustava“ (Computational Frame), jež může být jakákoliv z výše zmíněných soustav a slouží pro vztažení výpočetních rovnic. V některé literatuře může být značen například jako „K-Frame“. [4][7][5]

Použití více systémů je v dnešní navigaci již nutností a to zejména protože každý snímač, senzor nebo senzorová platforma má výstup v jiné soustavě. Například GPS udává pozici antén v soustavě ECEF, zatímco INS udávají inerciální měření vztažená k jejich inerciálním soustavám (ECI). Z výše uvedeného důvodu budou v následujících odstavcích popsány základní metody a poznatky potřebné pro realizaci převodů mezi soustavami. V této práci nejsou uvedeny základní vlastnosti matic (potažmo grup) a je předpokládána základní znalost této problematiky.

Jednou z možností transformací souřadnic mezi soustavami je použití transformačních matic. Ty jsou značeny velkým tiskacím písmenem a pomocí indexů je definována rotace. V rovnici (2.4) je možné vidět transformaci vektoru ze soustavy  $m$  do soustavy  $k$ .

$$\mathbf{r}^k = \mathbf{R}_m^k \mathbf{r}^m \quad (2.4)$$

(Pozn.: Jsou li soustavy, pro něž se definuje transformace ortogonální, pak je i transformační matice ortogonální.)

Další velmi častou transformací je rotace dvou soustav vůči sobě. Jako jednoduchý příklad může sloužit pohyb letadla (první soustava - body frame) vůči soustavě ECEF. Pro její vyjádření se pak používá vektor úhlových rychlostí (z angličtiny: Angular Velocity Vectors). Tyto rotační vektory byly již použity výše, ale je vhodné rotaci popsat obecně.

$$\boldsymbol{\omega}_{ab}^c = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Tento zápis znamená, že soustava  $b$  rotuje vůči soustavě  $a$  danými úhlovými rychlostmi ( $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$ ) a to v soustavě  $c$ . Jak je vidět na vzorci(2.3), často se může soustava rotující shodovat se soustavou v níž se rotace koná. Pokud se zamění soustava  $a$  a soustava  $b$ , pak se změní znaménka úhlových rychlostí.

Tyto rotační vektory mohou být vyjádřeny také jako antisymetrické matice (z angličtiny: Skew-Symmetric Matrix). Toto slouží zejména pro zjednodušení součinu vektorů na násobení matic. V rovnici (2.6) je vidět jak předchozí vektor rotací může být zobrazen jako antisymetrická matice. V následující rovnici (2.7) je vidět, že je možné použít stejný princip i pro běžné rychlosti. Je dobré si povšimnout, že notace těchto matic je značena velkým tiskacím písmenem (které není kurzívou).

$$\boldsymbol{\omega}_{ab}^c = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \rightarrow \boldsymbol{\Omega}_{ab}^c = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{v}^c = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{V}^c = \begin{bmatrix} 0 & -v_z & v_y \\ v_z & 0 & -v_x \\ -v_y & v_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Na rotační vektory se pro převod mezi dalšími soustavami pak dá použít stejných transformačních matic jako v rovnici (2.4). To je znázorněno v rovnici (2.8). Přičemž v rovnici (2.9) je znázorněn stejný převod, pro antisymetrickou matici.

$$\omega_{ab}^c = R_a^c \omega_{ab}^d \quad (2.8)$$

$$\Omega_{ab}^c = R_a^c \Omega_{ab}^d R_c^d \quad (2.9)$$

Pro výpočet výše zmíněných transformačních matic (transformace vektoru z jedné soustavy do druhé) se používá několik matematických aparátů. Jedná se zde o směrové kosiny, rotační (Eulerovy) úhly nebo použití kvaternionů. Tyto metody v sobě zahrnují tzv. rotační matice, které jsou v anglickém jazyce nazývány Direction Cosine Matrices (DCM) a jsou popsány v rovnici (2.4) jako  $R$  s indexy  $m$  a  $k$ .

Eulerovy úhly mohou být definovány jako postupné otáčení soustavy  $a$  tak, aby bylo dosaženo orientace soustavy  $b$ . Symbolický zápis je vyjádřen v rovnici (2.10). Je zde vidět přechod od soustavy  $a$  do soustavy  $j$ , dále od soustavy  $j$  do soustavy  $k$  a nakonec od soustavy  $k$  do soustavy  $b$ . Tento postup je volen tak, že postupně rotujeme kolem jednotlivých os jež jsou společné a tak může být v matici vždy jedna souřadnice zachována. Z rovnic pro součet a rozdíl parametrů funkcí kosinus se dají matematicky vyvodit následující matice (2.11).

$$R_a^b = R_k^b R_j^k R_a^j \quad (2.10)$$

$$R_a^b = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

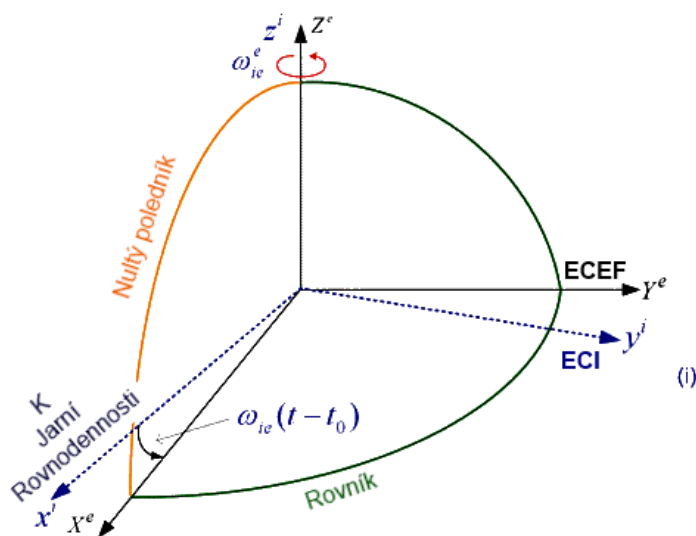
Zde je vidět rotace o úhel  $\alpha$  kolem osy  $Y$ , rotace o úhel  $\beta$  kolem osy  $X$  a rotace o úhel  $\gamma$  kolem osy  $Z$ . Součinem pak lze dostat kompletní matici pro rotace. Ta je popsána v rovnici (2.12).

$$R_a^b = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \gamma - \sin \beta \sin \alpha \sin \gamma & \cos \alpha \sin \gamma + \cos \gamma \sin \beta \sin \alpha & -\cos \beta \sin \alpha \\ -\cos \beta \sin \gamma & \cos \beta \sin \gamma & \sin \beta \\ \cos \gamma \sin \alpha + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma & \sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \cos \gamma \sin \beta & \cos \beta \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Pokud se změní pořadí os, podle kterých se rotuje, budou až na speciální případy úhly jiné (násobení matic je nekomutativní). Pro malé úhly se dá tato matice zjednodušit, ale to se používá pouze k odhadu navigace pilotem.

Jak již bylo v předchozích odstavcích zmíněno, z uvedených základů se skládají rotační matice pro převody mezi jednotlivými soustavami. Ty budou popsány v následujících odstavcích.

První transformace byla naznačena v rovnici (2.2). Jedná se o vzájemnou rotaci soustav ECEF a ECI. Tato transformace je znázorněna na obrázku Obr. 2.1 a je pro ni definována rotační matice ve vzorci (2.13). V rotační matici je také zachycen parametr  $t$ , jež vyjadřuje čas od referenčního data.



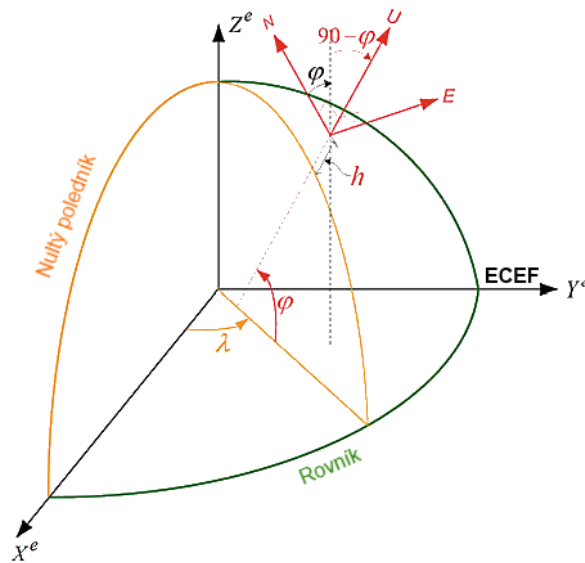
Obr. 2.6 Znázornění transformace z ECEF do ECI [7]

Z obrázku je zřejmé, že rotace probíhá pouze kolem osy Z, což je možné vidět i v následující rotační matici. Pro obrácenou transformaci se změní jen znaménka sinů.

$$\mathbf{R}_i^e = \begin{bmatrix} \cos \omega_e t & \sin \omega_e t & 0 \\ -\sin \omega_e t & \cos \omega_e t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Dále je popsán převod ENU (lokální soustava - AJ: Local-Level Frame) do ECEF. To je možné pozorovat jako rotace lokální soustavy o  $\varphi - 90^\circ$  okolo osy X (východně). Dále je pak provedena rotace o  $-(90^\circ + \lambda)$  kolem osy Z soustavy ENU (tedy osy U). To je znázorněno na následujícím obrázku.





Obr. 2.7 Schéma převodu LLF (ENU) do ECEF [7]

Na rovnici (2.14) je pak popsána zjednodušená transformace a její výsledná matice, jež vznikne pomocí násobení dvou rotací, viz předchozí odstavec.

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_l^e &= \mathbf{R}_a^b(-\lambda - 90^\circ) \mathbf{R}_b^c(\varphi - 90^\circ) = \\ &= \begin{bmatrix} -\sin \lambda & -\sin \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \sin \lambda \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Převod zpět je pak proveden přes inverzní matici, což je v tomto případě i matice transponovaná. Tato transformace se pak dá kombinovat s transformací mezi Wanderovou soustavou (WF) a LLF. To je poměrně jednoduché, protože se jedná pouze o rotaci kolem osy Z (U), která byla popsána již výše. Kombinací těchto dvou matic se pak získává výsledná transformační matice (2.15) převodu mezi WF a ECEF (W→E), kde  $\alpha$  je Wanderův úhel.

$$\mathbf{R}_w^e = \begin{bmatrix} -\sin \lambda \cos \alpha - \cos \lambda \sin \varphi \sin \alpha & \sin \lambda \sin \alpha - \cos \lambda \sin \varphi \cos \alpha & \cos \lambda \cos \varphi \\ \cos \lambda \cos \alpha - \sin \lambda \sin \varphi \sin \alpha & -\cos \lambda \sin \alpha - \sin \lambda \sin \varphi \cos \alpha & \sin \lambda \cos \varphi \\ \cos \varphi \sin \alpha & \cos \varphi \cos \alpha & \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Jedna z nejdůležitějších transformací je mezi „Body Frame“ a LLF. Z této transformace se totiž dají odvodit výpočty jednotlivých úhlů orientace objektu (roll, pitch, yaw – viz vzorec (2.3) ). V následující rovnici (2.16) je zobrazena rotační matice mezi těmito soustavami. Pokud známe tuto matici pro zkoumané tuhé těleso (ideální těleso, jehož tvar ani objem se účinkem libovolně velkých sil nemění), je možné definovat úhly natočení dle rovnic: (2.17) (2.18) (2.19).

$$\mathbf{R}_b^l = \begin{bmatrix} \cos y \cos r - \sin y \sin p \sin r & -\sin y \cos p & \cos y \sin r + \sin y \sin p \cos r \\ \sin y \cos r + \cos y \sin p \sin r & \cos y \cos p & \sin y \sin r - \cos y \sin p \cos r \\ -\cos p \sin r & \sin p & \cos p \cos r \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Kde  $r$  je roll,  $p$  je pitch a  $y$  je yaw.

$$r = -\tan^{-1} \left( \frac{\mathbf{R}_b^l(3,1)}{\mathbf{R}_b^l(3,3)} \right) \quad (2.17)$$

$$p = \tan^{-1} \left\{ \frac{\mathbf{R}_b^l(3,2)}{\sqrt{[\mathbf{R}_b^l(1,2)]^2 + [\mathbf{R}_b^l(2,2)]^2}} \right\} \quad (2.18)$$

$$y = -\tan^{-1} \left( \frac{\mathbf{R}_b^l(1,2)}{\mathbf{R}_b^l(2,2)} \right) \quad (2.19)$$

Zde první souřadnice rotační matice udává řádek a druhá sloupec. [7] [4]

Poslední transformací, kterou se bude tato kapitola zabývat, je převod z geografických souřadnic ( $Lon$  – Zeměpisná délka,  $Lat$  – Zeměpisná šířka,  $Alt$  – Výška nad rotačním elipsoidem WGS84) na souřadnice ECEF. Na obrázku Obr. 2.2 je při pozornějším pohledu je možno vidět, že normála od povrchu rotačního elipsoidu (až na speciální případy) neprochází středem Země (potažmo elipsoidu) a tak je pro každou výšku potřeba počítat s tím, kde se zrovna pozorovaná výška na povrchu nachází. To je zohledněno ve vzorci XX, kde  $R_N$  je tzv. normální poloměr. Tedy poloměr země pro jednotlivé body povrchu rotačního elipsoidu. Z tvaru elipsoidu je zřejmé, že velikost tohoto poloměru je závislá na zeměpisné šířce ( $Lat$ ) jež bude značena ve vzorci jako  $\varphi$ .

$$R_N(\varphi) = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\varphi)}} \quad (2.20)$$

Kde  $e$  je excentricita elipsy rotačního elipsoidu ( $e = 0,08181919$ ) a parametr  $a$  je poloměr Země na rovníku ( $a = 6348137$  m). Pokud bude pak definována výška ( $Alt$ ) nad povrchem jako  $h$  a  $\lambda$  jako zeměpisná délka ( $Lon$ ), pak platí rovnice (2.21).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}^e = \begin{bmatrix} (R_N + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ (R_N + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ (R_N(1 - e^2) + h) \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Zpětně se pak poměrně jednoduše určuje zeměpisná délka. To je ve vzorci 2.

$$\lambda = 2 \arctan \left( \frac{y}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} \right) \quad (2.22)$$

Výpočet zeměpisné šířky je složitější a tak je rozepsán do více kroků.

$$\varphi = \arctan \left( \frac{z + (e')^2 b \sin^3 \theta}{p - e^2 a \cos^3 \theta} \right) \quad (2.23)$$

Kde pokud je  $b$  definováno jako velikost vedlejší poloosy ( $b = 6356752,314$  m):

$$\theta = \arctan \left( \frac{z a}{p b} \right) \quad (2.24)$$

$$e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}} \quad (2.25)$$

$$p = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.26)$$

Výška nad povrchem elipsoidu na daných souřadnicích pak je [4][7]:

$$h = \frac{p}{\cos \varphi} - \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} \quad (2.27)$$

Výše zmíněné transformace mezi soustavami je nakonec vhodné doplnit o teorii kvaternionů. Jedná se o nekomutativní rozšíření komplexních čísel. Jak již z názvu vyplývá, kvaternion má 4 složky, což je velmi výhodné z hlediska reprezentace orientace těles v prostoru. Obecně je možné kvaternion pro řízení, nebo navigaci definovat jako vektor 4 hodnot, tak jak je definováno v rovnici (2.28). V této rovnici velikost vektoru  $\mathbf{E}$  udává velikost úhlu rotace mezi dvěma soustavami a jeho složky udávají souřadnice vektoru, kolem kterého soustava rotuje. Jde tedy o vyjádření rotace mezi dvěma soustavami kolem jednoho vektoru, jehož velikost vyjadřuje úhel otočení v radiánech. Matematicky se dá dokázat, že pro dvě soustavy existují dvě řešení (kladný

a záporný kvaternion), což může mít za následek vznik nebezpečných (příp. nevýhodných) singularit. Ty se mohou projevit zejména při řízení a regulaci, kde by se mohlo například stát, že při rotaci kolem jedné osy (např. roll) by těleso rotovalo po větším úhlu. To by u dopravních letadel mělo katastrofické následky (ulomení křídel).

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{|\mathbf{E}|}{2}\right) \\ \frac{e_x}{|\mathbf{E}|} \sin\left(\frac{|\mathbf{E}|}{2}\right) \\ \frac{e_y}{|\mathbf{E}|} \sin\left(\frac{|\mathbf{E}|}{2}\right) \\ \frac{e_z}{|\mathbf{E}|} \sin\left(\frac{|\mathbf{E}|}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Vzhledem k tomu, že souřadnice takového vektoru jsou v obou soustavách shodné, tak není třeba řešit, ze které soustavy se  $e_{x,y,z}$  dosadí. Značení  $|\mathbf{E}|$  je zde pak velikost vektoru  $\mathbf{E}$ . Velikost vektoru s kvaterniony je pak rovna  $|\mathbf{q}| = 1$  (geometrický součet). V této kapitole budou definovány zatím pouze dvě operace s kvaterniony a to vytvoření kvaternionů ze známé rotační matice (2.29) a získání Eulerových úhlů ( $r, p, y$ ) z kvaternionů (2.30). Kromě těchto operací mohou být dále definovány integrace a derivace, což bude v případě nutnosti vysvětleno dále. [8]

Nechť je  $\mathbf{R}_a^b$  rotační matice ze soustavy  $a$  do soustavy  $b$  o dimenzi 3, pak platí následující vzorec.

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \sqrt{1 + \mathbf{R}_a^b(1,1) + \mathbf{R}_a^b(2,2) + \mathbf{R}_a^b(3,3)} \\ \frac{1}{4 q_1} [\mathbf{R}_a^b(3,2) - \mathbf{R}_a^b(2,3)] \\ \frac{1}{4 q_1} [\mathbf{R}_a^b(1,3) - \mathbf{R}_a^b(3,1)] \\ \frac{1}{4 q_1} [\mathbf{R}_a^b(2,1) - \mathbf{R}_a^b(1,2)] \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Pro Eulerovy úhly pak platí (Je třeba dát pozor na obor hodnot):

$$\boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \begin{bmatrix} r \\ p \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{atan2}(2(q_3 q_4 - q_1 q_2), 1 - 2(q_2^2 + q_3^2)) \\ \arcsin(-2(q_2 q_4 + q_1 q_3)) \\ \text{atan2}(2(q_2 q_3 - q_1 q_4), 1 - 2(q_3^2 + q_4^2)) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Dalším výpočetním mechanismem, jenž je dobré u kvaternionů zmínit je jejich časový vývoj. Jedná se o diskrétní verzi integrace kvaternionů, která ve své podstatě odpovídá integraci Eulerových úhlů. Je třeba zde dát pozor na fakt, že je porušena podmínka jednotkové velikosti kvaternionu a tak je třeba provést po každém výpočtu korekci. Výpočet časového vývoje kvaternionu při známém vektoru úhlových rychlostí  $\omega$  je pak dán následujícími třemi rovnicemi.

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \Delta \mathbf{q}_k \quad (2.31)$$

$$\Delta \mathbf{q}_k = \begin{bmatrix} -0,5(q_2\omega_x + q_3\omega_y + q_4\omega_z) \\ 0,5(q_1\omega_x - q_4\omega_y + q_3\omega_z) \\ 0,5(q_4\omega_x + q_1\omega_y - q_2\omega_z) \\ -0,5(q_3\omega_x - q_2\omega_y - q_1\omega_z) \end{bmatrix} \cdot \Delta T \quad (2.32)$$

Korekce je pak provedena prostým normováním:

$$\mathbf{q}_{kor} = \mathbf{q} / \|\mathbf{q}\| \quad (2.33)$$

Jednou z výhod kvaternionů oproti Eulerovým úhlům je jejich snadná implementace ve výpočetní technice (mikrokontrolery, SW, atp.). Kvaterniony také mají výhodu v tom, že u nich nenastávají problémy se singularitami jako u Eulerových úhlů. To se projevuje například tak, že při krajních hodnotách náklonu se ztotožňují osy klopení a kurzu. Oproti tomu člověk není schopen běžně z kvaternionů vyčíst aktuální stav orientace objektu. Proto je třeba znát i převod z kvaternionů na Eulerovy úhly. [7][8]

V předchozích odstavcích byly popsány pouze nejčastější souřadnicové systémy, převody mezi nimi a jednotlivé metodiky reprezentace tělesa v prostoru. Pokud bude třeba využít i jiných metod, budou v příslušných kapitolách popsány.

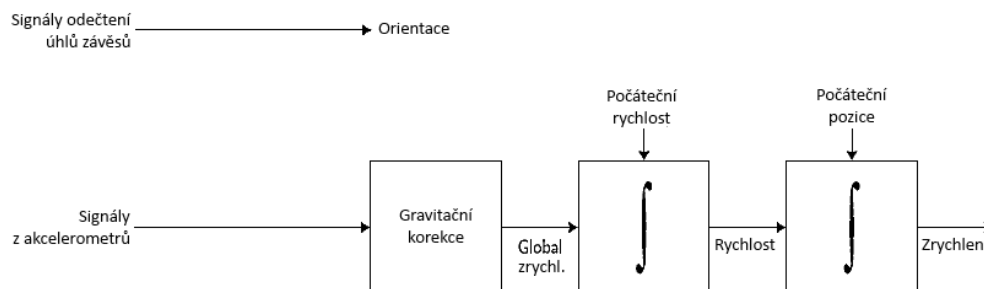
## 2.2 INS & AHRS

Vzhledem k tomu, že INS (Inerciální Navigační Systémy) mohou být zaměňovány s AHRS (Attitude & Heading Reference Systems) a naopak, budou v této kapitole popsány rozdíly mezi těmito systémy. Dále zde budou popsány základní principy IMU's (Inertial Measurement Unit's).

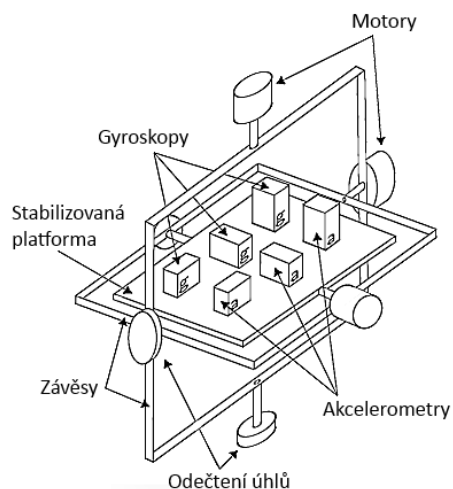
Prvním zásadním rozdílem mezi AHRS a INS je jejich výstup, případně účel. Zatímco INS se používají zejména k zjištění polohy v prostoru (například Body Frame v ECEF – poloha družice nad Zemí), tak AHRS slouží k zobrazení orientace tělesa v prostoru (tj.: Náklon, Klopení a Kurz letadla – natočení Body Frame vůči Inertial

Frame). Pro obě aplikace je možné použít stejných senzorických systémů, ale výstupy jsou jiné. Součástí těchto senzorických systémů jsou akcelerometry, gyroskopy a případně magnetometry. Jednoduchou úvahou lze také dospět k faktu, že na tyto systémy má vliv gravitace. Zatímco v AHRS se gravitace dá využít ve prospěch systému, u INS je tomu naopak.

Z pohledu konstrukce (konfigurace) je možné inerciální systémy na dvě základní skupiny. Jedná se o Stable-Platform systémy a Strapdown systémy. Stable-Platform systém je zobrazen na obrázku Obr. 2.9. Princip tohoto systému je založen na vyrovnávání platformy, na níž jsou umístěné senzory. Tyto senzory (gyroskopy) detekují změny rotací platformy a udávají akčním členům (motory) této soustavy zpětnou vazbu tak, aby byla soustava vyrovnána. Tento systém ve své podstatě vychází z klasického mechanického gyroskopu (Aj: gimbal). Monitorují se pak úhly uchycení oproti platformě. Tyto úhly jsou pak přímo úhly natočení systému (AHRS). Pro určení pozice objektu v prostoru je potřeba naintegrovat zrychlení z akcelometrů na rychlost a dále pak naintegrovat znovu na zjištění pozice (INS). Z toho plyne, že tyto systémy jsou vlivem integrace velmi náchylné na chyby senzorů. Tím se zabývají další kapitoly. Schéma algoritmu pro zjištění polohy a natočení je na následujícím obrázku (Obr. 2.8).

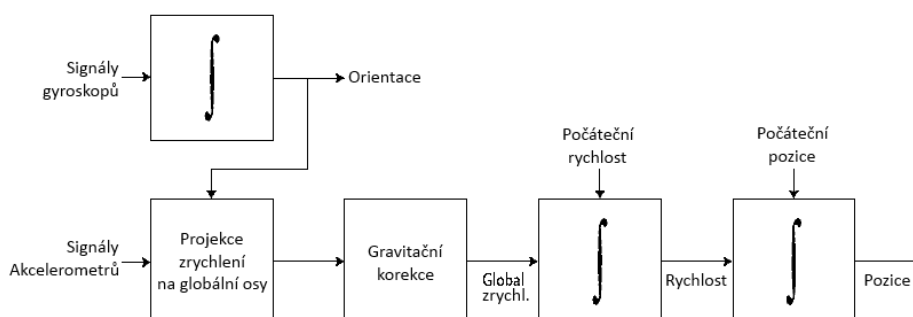


**Obr. 2.8 Schéma algoritmů Stable-Platform systému [1]**



**Obr. 2.9 Schéma Stable-Platform IMU [1]**

Oproti systémům stabilní platformy, jsou systémy typu Strapdown umístěny přímo pevně na pozorovaném objektu (Body Frame). Není tedy možné měřit úhly na jednotlivých rámech, ale musí se integrovat výstupy z gyroskopů. Tento fakt se pak musí uvážit i v modelu INS pro akcelerometry. To je zobrazeno na schématu algoritmu na obrázku Obr. 2.10, kde je nutné si povšimnout i jiných vstupů pro určení úhlů. Systémy typu Strapdown jsou modernější a jejich zásadní výhodou je to, že není nutná složitá mechanická konstrukce. Náročnější výpočty systémů Strapdown jsou dnes již potlačeny výkonnou výpočetní technikou a tak ve velké míře vytlačují systémy typu Stable-Platform z trhu. Příkladem použití Stable-Platform systému mohou být mise Apollo. Strapdown systémy jsou dnes implementovány jak v malých UAV (Unmanned Aerial Vehicle), jako jsou například kvadrátory, tak ve velkých osobních letadlech. Na systémy typu strapdown je zaměřena i tato práce.



**Obr. 2.10 Algoritmus Strapdown INS systému [1]**

V této kapitole byly popsány základní typy inerciálních systémů. V praktické části práce budou popsány jednotlivé algoritmy detailně. [1][4]

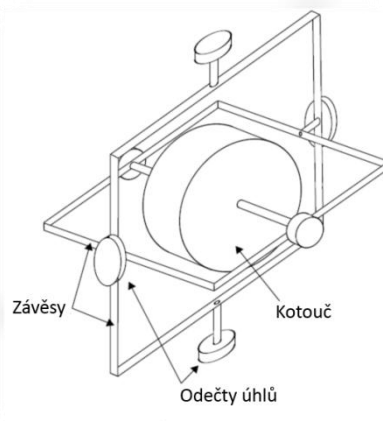
### 3 SNÍMAČE PRO AHRS

Jak již bylo zmíněno výše, Attitude & Heading Reference Systems (AHRS) jsou kombinace senzorů a výpočetní techniky pro určení odhadu náklonu (roll), klopení (pitch) a kurzu (yaw), jež jsou veličiny využívané v umělých horizontech a další letecké navigaci. Pro AHRS se používá několik kombinací senzorů. V této práci jsou probírána řešení založená na gyroskopech (3 osy), jejichž výstupy jsou podloženy daty z akcelerometrů (3 osy) a pro určení kurzu jsou doplněny magnetometrem. Toto řešení bylo vybráno zejména pro to, že lze zakoupit již hotová MEMS IMU. V následujících kapitolách budou probrány jednotlivé senzory, jejich principy a vlastnosti. V další větší kapitole pak budou probrány jejich chyby. [4]

#### 3.1 Gyroskopy

Gyroskopy jsou senzory sloužící k měření rotačního pohybu. Jedná se tedy o senzory, jež měří úhel, úhlovou rychlost, nebo úhlové zrychlení vůči referenční soustavě. Referenční soustavou se v této práci rozumí soustavy typu LLF. Pro systémy typu Strapdown se konkrétně jedná o vztah Body frame vůči soustavám ENU nebo NED. U systémů Stabilní platformy je tomu naopak. V následujících odstavcích budou popsány základní typy gyroskopů, jejich výhody a nevýhody.

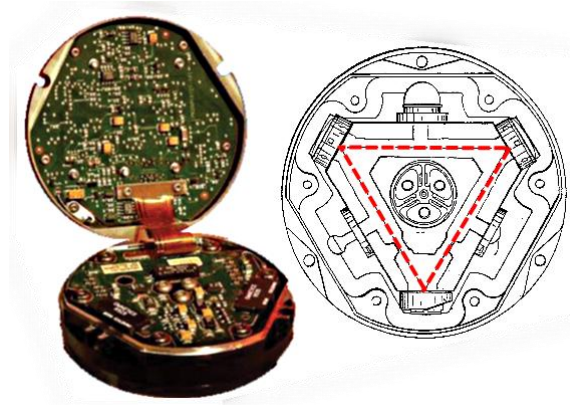
Za historicky první typ gyroskopu je možné považovat mechanický gyroskop, jenž se skládá z rotujícího válce (kotouče) umístěného na dvou kardanových závěsech (Gimbals), tak jak je to znázorněno na obrázku Obr. 3.1. Tyto závěsy umožňují rotaci ve třech osách. Princip tohoto gyroskopu spočívá v tom, že rotující válec udržuje stále stejnou polohu (shodná orientace s výchozí soustavou) a tak je možné odečíst pouze úhly, o které se uchycení otočilo (měřená soustava). Rozdíl oproti moderním gyroskopům je, že je zde měřen úhel přímo (není nutná integrace úhlové rychlosti). Zásadními nevýhodami je jejich velikost a to, že vlivem tření dochází ke ztrátě rychlosti, což bez korekce může způsobovat „drift“ po určité době. Také je nutná delší inicializace z důvodu zdlouhavého náběhu otáček kotouče (Aj. Warm Up). [1]



Obr. 3.1 Konvenční mechanický gyroskop [1]



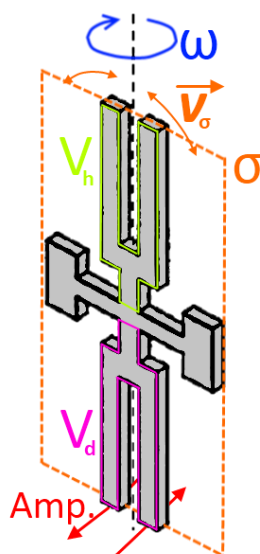
Dalším typem gyroskopu může být optický gyroskop, jehož princip vychází ze Sagnacova jevu. Tento jev spočívá zjednodušeně v tom, že se proti sobě pošlou dva paprsky světla (koherentní zdroj) v kruhovém vedení. Otáčí-li se pak soustava jedním ze směrů paprsků, dochází ke zpoždění paprsku ve směru rotace. Tyto paprsky se pak po průchodu zkombinují a snímá se intenzita interferovaného záření (fakticky se jedná i o měření fázového posuvu dvou signálů). Z konstrukčního hlediska jsou často používány dvě formy. První je založena na stočeném optickém vlnovodu a z angličtiny se nazývá Fibre-Optic Gyroscope (FOG). Druhá forma využívá namísto optických vláken zrcadla nebo optické hranoly. Anglicky se nazývá Ring Laser Gyroscope (RLG). Tento typ je také jedním z nejčastěji používaných firmou Honeywell pro laserové referenční systémy. Je velmi přesný, bohužel celý systém je velmi drahý. Přesnost obou typů obecně záleží na délce paprsků, což se pak promítá i na velikosti zařízení. Na obrázku Obr. 3.2 je možné vidět jeden z laserových gyroskopů společnosti. [1] [9]



**Obr. 3.2 Honeywell - GG1320 Digital Ring Laser Gyro (Zdroj: <http://www.honeywell.com/>)**

V nízko nákladových aplikacích se dnes velmi často využívá gyroskopů založených na technologii MEMS (Micro Electro Mechanical Systems). MEMS gyroskopů je natrhu celá řada. Jedním z možných typů MEMS gyroskopů jsou vibrační senzory úhlové rychlosti. Ty jsou většinou založeny na principu Coriolisovy síly. Na obrázku Obr. 3.3 je znázorněn vibrační „vidličkový“ gyroskop. Kde horní vidlice  $V_h$  kmitá v rovině  $\sigma$  rychlostí  $v_\sigma$ . Začne-li se soustava otáčet úhlovou rychlostí, jež se projeví otáčením kolem osy vidlice rychlostí  $\omega$ , projeví se to Coriolisovou silou  $F$  (3.1). Ta způsobí vznik krouticího momentu (úměrného  $\omega$ ) jež vybudí kmity snímací vidlice  $V_d$ . Amplituda těchto kmitů je pak měřena. Existují i jiné konstrukce, například vibrační kotouče (jednoosé, dvouosé) nebo snímače lineárních vibrací (ADXRS300 – Vibrační kapacitní gyroskop s translačním pohybem). V dnešní době senzory vyrobené technologií MEMS nekonkurují laserovým gyroskopům, ale různými technikami je možné se takové přesnosti přiblížit. To je ostatně i předmětem této práce. Na druhou stranu mají MEMS senzory několik výhod. Těmi jsou například: velikost, váha, odolnost, malá spotřeba energie, rychlá inicializace a zejména cena. V tabulce (Tabulka 1) jsou porovnány dva senzory společnosti Honeywell a jeden společnosti InvenSense,

kde je vidět zejména rozdíl v chybových parametrech, jež budou probrány v následující kapitole. [9][1]



Obr. 3.3 Základní konstrukční prvek MEMS gyroskopu [9]

$$F = 2 m (\omega \times v_{\sigma}) \quad (3.1)$$

Tabulka 1: Porovnání optického a MEMS senzoru společnosti Honeywell [1] a MEMS MPU 6050 společnosti InvenSense [17]

		GG1320AN – RLG	GG5300 - MEMS - 3xGyro	MPU – 6050 - MEMS - 3x Gyro - 3x Acc
Velikost	[mm]	88 mm × 88 mm × 45 mm	50 mm × 50 mm × 30 mm	4 mm × 4 mm × 0.9 mm
Váha	[g]	454	136	1.4
Inicializační čas	[s]	< 4	< 1	0,03
Teplotní rozsah	[°C]	-54 ... 85	-45 ... 85	- 40 ... +85
Náhodné odchylky úhlu	[° /√h]	0,0035	0.2	(*)
Stabilita Biasu	[° /h]	0,0035	< 70	

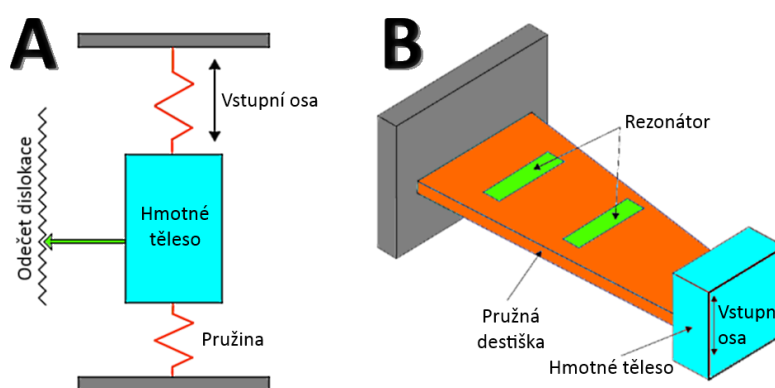
(\*) U senzoru MPU-6050 je uváděna pouze celková RMS chyba gyroskopu 0.05°/s.

V této podkapitole byly shrnuty základní typy gyroskopů používaných v leteckém průmyslu. Poslední dva parametry v Tabulka 1 jsou popsány v kapitole 4.2 (Stochastické chyby MEMS senzorů).

## 3.2 Akcelerometry

Pro inerciální navigaci se často používají lineární akcelerometry (snímače zrychlení). Ty se obecně skládají z několika základních částí. Z Newtonových zákonů je možné vyvodit fakt, že pokud soustava zrychluje nebo zpomaluje, neupevněný hmotný bod v ní má tendenci setrvávat na počátečním místě nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu.

Pokud je hmotný bod zachycen na závěsu (pružině), bude na něj při zrychlení působit síla úměrná jeho hmotnosti. Je-li tento závěs pružný, umožňuje, aby mělo těleso známé měřitelné stupně volnosti. To je znázorněno na Obr. 3.4 – A, kde je zobrazen základní princip mechanického akcelerometru.



Obr. 3.4 Mechanický (A) a SAW (B) akcelerometr [1]

Odlišný princip je znázorněn i v části B, kde je hmotné těleso upevněno na pružné destičce, jejíž povrch je rozkmitáván rezonátory. Při zrychlení dojde k narušení vibrací na destičce vlivem ohnutí. Tato změna frekvence je pak úměrná akceleraci. Na obrázku Obr. 3.4 jsou znázorněny ekvivalentní části shodnými barvami. Podle toho, že se měří povrchová vlna se z anglického názvu Surface Acoustic Wave nazývají SAW.

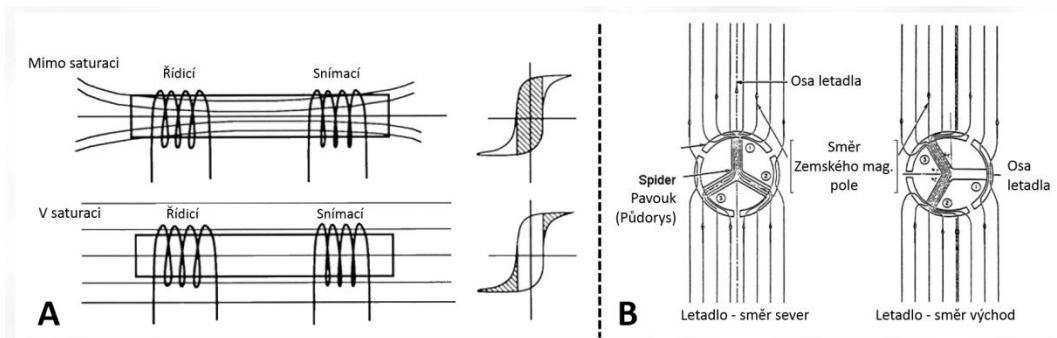
Křemíkové MEMS senzory využívají obdobných principů, jako výše zmíněné obecně probrané senzory zrychlení. Stejně tak jako je tomu u gyroskopů jsou malé, lehké, odolné, nenáročné na provoz, mají rychlou inicializaci a jsou levné. Na druhou stranu jsou oproti standardním akcelerometrům velmi nepřesné. Tím je myšlena zejména závislost některých parametrů na teplotě. Tato závislost není lineární a je u ní pozorovatelná i hystereze. [1]

## 3.3 Magnetometry

Vzhledem k tomu, že jedním z výstupů systémů AHRS je i heading (yaw ↔ kurz) je nutné znát směr letadla vůči severu (pozor: Magnetický vs. Skutečný sever). Je třeba dát pozor na to, že v leteckém průmyslu se rozlišuje to, kam letadlo směřuje (magnetic-heading / true-heading) a to kam letadlo vlivem environmentálních činitelů

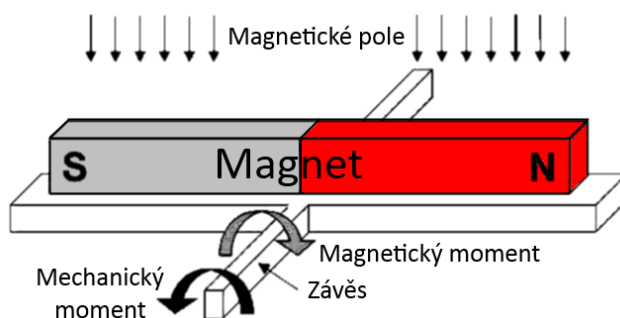
skutečně letí (heading). Směr letu se dá jednoduše zjistit z GPS a o něco složitěji z inerciálních systémů. Oproti tomu magnetic-heading je možné určit pouze pomocí magnetometrů. Existuje mnoho způsobů měření magnetického pole. Některé umožňují měření pouze směrových vektorů, některé jejich velikosti a další jiné kombinace. Proto budou v následujících odstavcích popsány pouze některé vybrané principy.

Prvním vybraným typem je „Flux-Gate“ magnetometr. Tak jak je znázorněno na Obr. 3.5, magnetometr se skládá z feromagnetického jádra a dvou cívek. „Řídící“ cívkou (drive) protéká harmonický proud, ten zapříčiňuje saturaci každou polovinu cyklu. To má za následek „odpuzování“ magnetického pole ze snímací cívky. Po tom co se feromagnetické jádro dostane zpět ze saturace, je externí magnetické pole znovu přitaženo do cívek. Z měřicí cívky se pak extrahuje druhá harmonická, jejíž napětí je úměrné vnějšímu magnetickému poli. Citlivost těchto senzorů je dána zejména tvarem hysterezní křivky. Nevýhodou tohoto systému je poměrně velká spotřeba energie, oproti tomu tříosé snímací cívky jsou v letectví přesné na jednu desetinu stupně (Obr. 3.5). Jak již z jejich účelu vyplývá, jsou schopny měřit i stejnosměrná pole. V letadlech bývají umístěny na závěsech tak, aby byly stále horizontálně vyrovnány. [10]



**Obr. 3.5 "Flux-Gate" magnetometr: A - Schéma a princip; B - tříosý letecký magnetometr [10]**

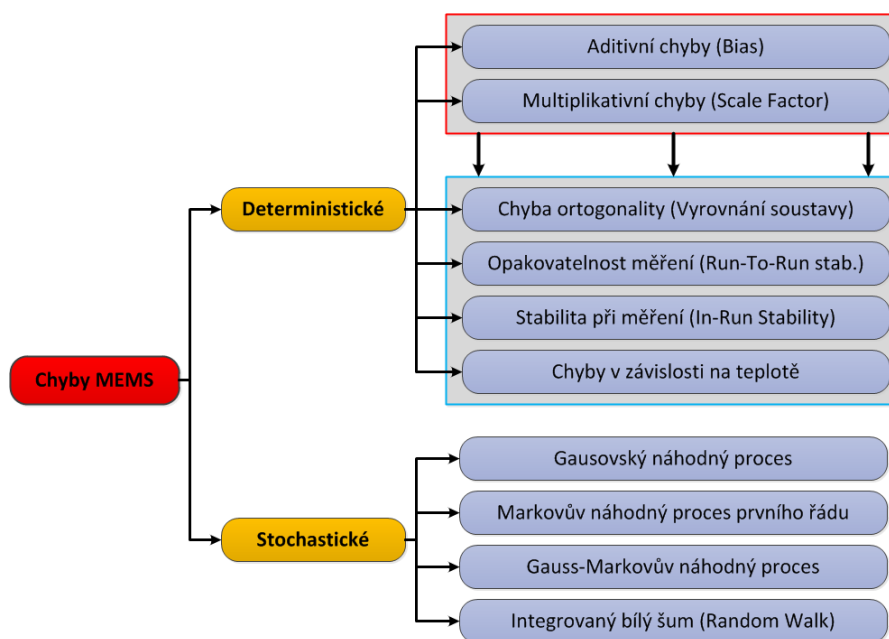
Jelikož pro MEMS technologie není vhodné tvořit systémy založené na principu cívek, vrací se princip těchto senzorů k počátkům zkoumání magnetismu. Tak jak je znázorněno na Obr. 3.6, systém vychází z principu prostého kompasu. Permanentní magnet se snaží vyrovnat ve směru magnetického pole. To na závěsu působí magnetickou silou, proti níž působí síla mechanická. Objektem měření je pak výsledný mechanický krouticí moment. Stejně jako u gyroskopů a akcelerometrů má tato technologie podobné vlastnosti (velikost, váha, odolnost, ...). [11]



**Obr. 3.6 Princip MEMS magnetometru [11]**

## 4 CHYBY MEMS SENZORŮ PRO AHRS

Levnější MEMS senzory jsou dnes využívány (Aerospace) v mnoha low-cost aplikacích pro inerciální navigaci. Cílem této kapitoly je popsat běžné chyby MEMS senzorů a jejich vliv na systémy AHRS. Tak jako u většiny jiných senzorů, aplikací a měření jsou u MEMS senzorů rozlišovány jak deterministické chyby, tak chyby stochastické (vypustí-li se chyby způsobené chybným měřením). Ty jsou navíc kvůli vlivu integrací výstupů v průběhu času kumulovány, což má za následek zvětšování nejistoty měření v jeho průběhu. Na následujícím diagramu je zachyceno rozdělení chyb MEMS senzorů, z něhož se pak vychází v následujících podkapitolách. [12] [13]



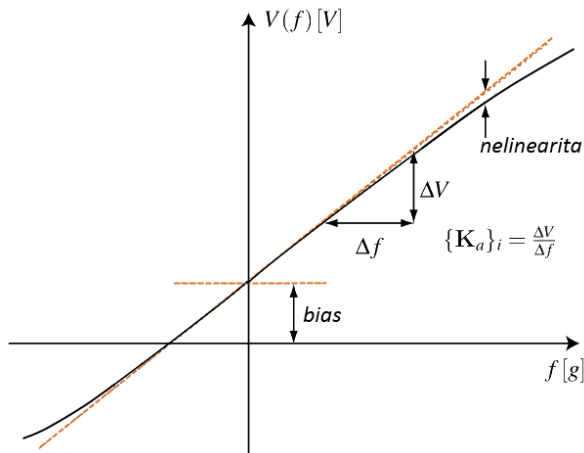
Obr. 4.1 Rozdělení typických chyb senzorů MEMS pro inerciální navigaci

### 4.1 Deterministické chyby

Deterministické chyby jsou obecně takové, jež se dají pomocí výpočtů a měření zjistit a definovat (determinovat). Obecně se dá předpokládat, že je možné je vyjádřit funkcí. To lze pak pomocí různých kompenzačních metod eliminovat anebo alespoň dostatečně potlačit.

Na obrázku Obr. 4.1 jsou ve skupině deterministických chyb rozlišeny ještě další dvě skupiny. Toto rozlišení jsem zvolil zejména proto, že spodní skupinu (modrý rámeček) je možné vyjádřit pomocí vrchní skupiny (červený rámeček). Na obrázku Obr. 4.2 je znázorněna převodní charakteristika výstupního napěťového signálu v závislosti na měřené síle. Parametr  $K_a$  je ve své podstatě multiplikativní „chyba“ (scale-factor) a aditivní „chyba“ (bias) je zřetelně vyznačena. Vzhledem k nelinearitě, je potřeba

od jistých hodnot uvažovat změnu parametru  $K_a$ . Scale-factor je pak směrnice převodní charakteristiky senzoru. Bias je offset této charakteristiky.



**Obr. 4.2 Převodní charakteristika senzoru [12]**

Aditivní chyba (dále jen bias) může být charakterizována jako posun od nulové hodnoty vstupní veličiny. V praxi to pak znamená, že bias je průměrná hodnota výstupu inerciálního senzoru, která nemá žádný vztah k působící veličině. Jednotky jsou většinou uváděny jako jednotky vstupní (měřené) veličiny (na Obr. 4.2 by to bylo [g]).

Multiplikativní chyba může být také označována jako vstupní citlivost (Scale-Factor). Jedná se o poměr změny výstupního (Obr. 4.2 napětí) signálu na změnu vstupního signálu (Obr. 4.2 zrychlení ( $f$ )). V ideálním případě je tato směrnice rovna 1. Ve skutečnosti se většinou jedná o přímku jen v lokálním rozsahu (kolem pracovního bodu).  $K_a$  bývá často uváděna v procentech. Vstupní citlivosti lze pak přirovnat i nelinearitě, tedy procentuální odchylku skutečné přímky od přímky udávané výrobcem nebo dodavatelem.

Chybou ortogonalit je označováno vychýlení osy z pravoúhlého uspořádání dle pravidla pravé ruky. Může se také jednat o odchylku v závislosti na namontování. U strapdown platformy by se mohlo jednat o rozdíl mezi Body-frame a IMU-frame. Tato chyba jde pak odstranit buď výpočetně, nebo kalibrací montáže IMU. Vyjadřuje se většinou s jednotkou [ppm] (Parts Per Million), kde 1 000 000 ppm je roven 100 %. Jedná se ve své podstatě o jednotku (ppm) s vyšším přirozeným rozlišením, jež je velmi často používána v průmyslu jako parametr jakosti.

Další chybou, jež se vyskytuje zejména u velmi levných senzorů, je změna převodní charakteristiky při každém novém měření. Jedná se o opakovatelnost měření (Repeatability, Run-To-Run). Podobnou chybou je i změna parametrů převodní charakteristiky v průběhu jednoho měření (In-Run). Obě tyto chyby jsou vyjádřeny nejčastěji poměrnou změnou parametrů.

Velkým problémem senzorů některých výrobců MEMS je teplotní závislost převodní charakteristiky na teplotě senzoru. To je možné kompenzovat. Tyto odchylky se velmi často testují pomocí teplotních testovacích komor s rotačními stolky, jež jsou velmi drahé. Měří se pak závislost parametrů převodní charakteristiky v závislosti na teplotě. [12] [13]

## 4.2 Stochastické chyby

Stochastické chyby se na rozdíl od chyb deterministických vyznačují tím, že je nelze popsat prostou funkcí. Jsou většinou popsány statistickými metodami. Tyto chyby jsou náhodné a je možné je označovat i jako šum. Šum se dá rozdělit do několika skupin. Například šum s Gaussovským rozložením, bílý šum nebo Gauss-Markovův náhodný proces prvního či druhého řádu.

Tyto náhodné signály se dají vyjádřit pomocí parametrů, jež možné získat několika způsoby. Jednou z možností získání charakteristiky náhodného jevu je použití autokorelační funkce.<sup>1</sup> To je prostá metoda, jež vychází z toho, že se naměří dostatečný počet vzorků signálu, jenž se pak analyzuje. Již z prostého grafu je možné odhadnout parametry signálu. Pro přesnější určení se pak dá použít analýza ve frekvenčním spektru signálu, pomocí převodu Fourierovou transformací. Zde po vycentrování jsou na krajích spektra (symetrické) hodnoty charakterizující vysoké kmitočty signálu, tedy se jedná o detaily, nebo šum.

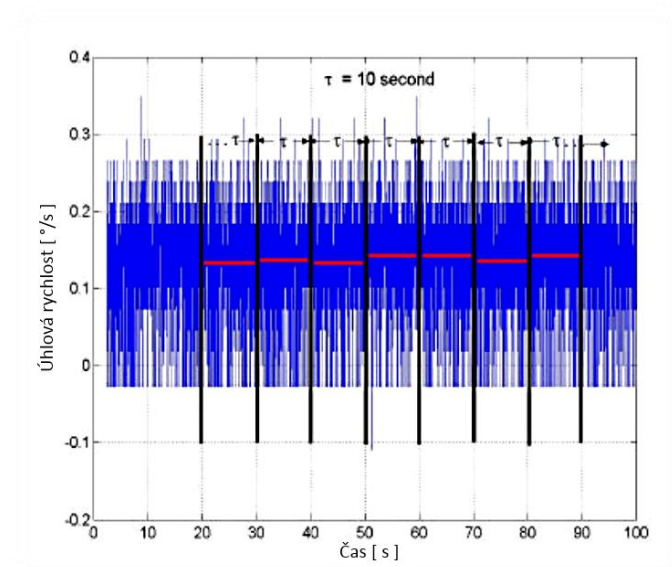
Pro přesnější charakteristiku MEMS IMU se pak používá technika nazývaná Allan variance (česky Allanův rozptyl). Je třeba dát pozor na to, že v některých pramenech je nesprávně označována jako rozptyl, i když je počítána jako směrodatná odchylka. Celá metoda ve své podstatě vypracovává charakteristiku stability biasu v závislosti na čase. Taková charakteristika se získá tak, že se v několika krocích rozdělí dostatečně dlouhý signál na mnoho částí s danými periodami. Tyto intervaly se vždy zprůměrují a vypočítá se jejich rozptyl dle vzorce (4.1). Vynesou-li se pak výsledky grafu v závislosti na zvolených intervalech, výsledkem je vyjádření stability biasu. Z této charakteristiky se pak určuje, jak dlouhé mají být integrační intervaly pro senzor. Na obrázku Obr. 4.3 je znázorněno jedno z rozčlenění signálu na podskupiny (černé úsečky) a je zde vyznačen průměr v daném intervalu (oranžová úsečka), se kterým se pak počítá ve vzorci (4.1). Na Obr. 4.4 je dále znázorněn graf Allanova rozptylu, ve kterém nejnižší bod charakteristiky promítnutý na časovou osu označuje dobu, po kterou se má signál ze senzoru integrovat.

$$A_{std}^2 = A_{var}(\tau, n) = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=0}^{n-2} (y(\tau)_{i+1} - y(\tau)_i)^2 \quad (4.1)$$

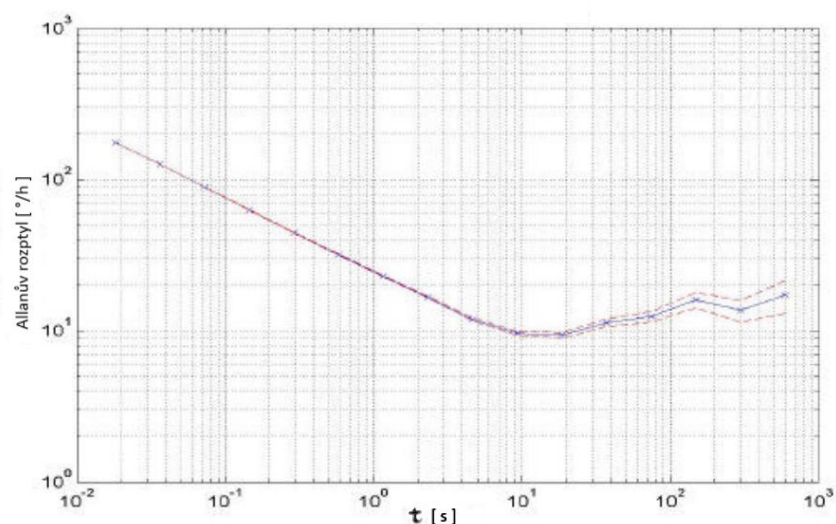
---

<sup>1</sup> Autokorelační funkce je speciálním případem korelace. Jedná se o korelaci pouze jedné realizace náhodného procesu. Přičemž korelační funkce určuje podobnost mezi hodnotami náhodného procesu v okamžiku  $t_1$  a hodnotami náhodného procesu v okamžiku  $t_2$ .





Obr. 4.3 Rozčlenění signálu do intervalu s  $t = 10$  s pro výpočet Allanova rozptylu [14]



Obr. 4.4 Allanův rozptyl v závislosti na délce časových intervalů [14]

U stochastických chyb MEMS senzorů je možné zavést také pojem: „Random walk“. Tento pojem charakterizuje rozložení toho, jak moc se vlivem integrace šumu (nesprávně naměřených hodnot) odchyluje měřená trajektorie, potažmo některý z naměřených úhlů AHRS od skutečných hodnot. Pro gyroskopy se tato odchylka udává jako ARW a je měřena v jednotkách  $^{\circ}/\sqrt{h}$ . To je vidět i v Tabulka 1, kde právě poslední dva parametry byly popsány v této podkapitole. Kromě ceny a citlivosti senzoru jsou tyto parametry řazeny mezi jedny z nejdůležitějších. [13][14][15][16]



### 4.3 Modelování chyb MEMS senzorů pro AHRS

Vzhledem k tomu, že se tato práce zabývá volbou vhodné fúze senzorů pro vytvoření AHRS a jedním z požadavků je sestavení modelu senzorů, jsou v této kapitole popsány základní vztahy pro pozdější realizaci modelu senzoru. Senzor lze ve své podstatě popsat pomocí následujícího vztahu.

$$y = x + B + Cx + L(x) + Nx + \varepsilon_s(x) \quad (4.2)$$

V této rovnici pak je:

- $y$  ... Výstup
- $x$  ... Vstup
- $B$  ... Součet konstantního a náhodného biasu (RunToRun vs InRun)
- $C$  ... Součet konstantní a náhodné citlivosti převodní charakteristiky
- $L$  ... Nelinearita senzoru
- $N$  ... Chyba ortogonality
- $\varepsilon_s$  ... Šum

Pro tvorbu modelu je možno nelinearitu zanedbat. Ale pro systém AHRS je nutné uvážit všechny tři osy. Pro model senzoru pouze s deterministickými parametry je možné zavést následující rovnice. Rovnice (4.3) popisuje výstupy tříosého gyroskopu a rovnice (4.4) popisuje výstupy tříosého akcelerometru.

$$\begin{bmatrix} \overleftarrow{\omega_x} \\ \overleftarrow{\omega_y} \\ \overleftarrow{\omega_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & N_{XY} & N_{XZ} \\ N_{YX} & 1 & N_{YZ} \\ N_{ZX} & N_{ZY} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{XX} & B_{XY} & B_{XZ} \\ B_{YX} & B_{YY} & B_{YZ} \\ B_{ZX} & B_{ZY} & B_{ZZ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \right) \quad (4.3)$$

$$\begin{bmatrix} \overleftarrow{a_x} \\ \overleftarrow{a_y} \\ \overleftarrow{a_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & N_{XY} & N_{XZ} \\ N_{YX} & 1 & N_{YZ} \\ N_{ZX} & N_{ZY} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \right) \quad (4.4)$$

Kde hodnoty s šipkou vyjadřují výstupy pro jednotlivé osy. Hodnoty  $N$  označují citlivosti (vliv) senzoru v ose prvního dolního indexu na osu druhého dolního indexu. Hodnoty  $S$  vyjadřují samotnou citlivost osy. Hodnota  $b$  daného indexu označuje offset nuly v dané ose. Ve vzorci (4.3) je pak ještě hodnota  $B$ , která označuje vliv zrychlení v jednotlivých osách na osy gyroskopu.

V předchozích rovnicích se však jednalo pouze o definování statických chyb. Definování stochastických chyb je poněkud složitější. Podle metod v předchozí podkapitole je pak nutné analyzovat šum daného senzoru a z těchto dat určit typ šumu. Ten je pak nutné namodelovat a přičíst k výstupům, jež jsou uvedeny v rovnicích (4.3) a (4.4). To je znázorněno posledním prvkem v rovnici (4.2). [16][12][14][15]

## 5 METODY POTLAČENÍ CHYB MĚŘENÍ

Chyby měření inerciálních senzorů je možné odstranit kombinací několika metod. Tak jak byly tyto chyby popsány v předchozí kapitole (tj. deterministické a stochastické), tak jsou voleny i jednotlivé metody potlačení chyb. V následujících podkapitolách jsou popsány běžně používané metody. Zde je vhodné zmínit, že autor práce má v úmyslu se zabývat zejména potlačením stochastických chyb v modelech AHRS.

### 5.1 Potlačení deterministických chyb inerciálních senzorů

O potlačení deterministických chyb inerciálních senzorů existuje mnoho odborných článků. Nejběžněji se tyto chyby odstraňují pomocí kalibrace senzorů. Při kalibraci se senzory vystavují mnoha testům, díky nimž jsou změřeny parametry deterministických chyb senzorů a je tak možné podniknout daná opatření pro jejich dostatečné potlačení. Tím může být například přidání části kódu SW, jež upravuje převodní charakteristiku senzoru, nebo bere v úvahu nelinearitu senzoru. Chyba ortogonalit může být upravena například formou dorovnání HW na platformě. Pro navigační a taktické IMU jsou testy zařízení poměrně náročné a probíhají na drahých měřicích jednotkách, jako jsou teplotní komory s rotačními stolky.

Jedním z takových testů je šestipoziciční statický test. Při něm je senzor (jednoosý) umístěn na rovný povrch. Nejprve je umístěn tak, že osa směřuje nahoru (kladný směr osy přibližně proti směru působení gravitačního zrychlení) a potom je otočen tak, aby osa směřovala dolů (tedy přibližně po směru působení gravitačního zrychlení). U tříosé inerciální měřicí jednotky pak vznikne 6 pozic, do kterých se zařízení umísťuje. Bias (offset nuly) a scale factor se pak vypočítá dle následujících vzorců.

$$b = \frac{l_f^u + l_f^d}{2} \quad (5.1)$$

$$S = \frac{l_f^u + l_f^d - 2 \times K}{2 \times K} \quad (5.2)$$

Kde  $K$  je známý referenční signál a  $l_f^u$  a  $l_f^d$  jsou naměřené hodnoty ve směru vzhůru a ve směru dolů. Při jednodušších měřeních zrychlení může být jako referenční signál považována gravitační konstanta pro dané místo měření. Pro gyroskopy to je pak rychlost rotace Země na dané Zemské rovnoběžce. Při tomto testu je často problémem náhodný šum senzoru a je pak těžké určit například chybu neortogonalit. Za tímto účelem se využívají matic, jež kombinují všechny tři osy IMU a získává se tak přesnějších měření. [16]

Je zřejmé, že předchozí test je určen zejména pro akcelerometry. Pro gyroskopy se využívá testu úhlových rychlostí (Angular Rate Test). Zde jsou využívány již zmíněné rotační stolky. Tyto stolky poskytují velmi přesné údaje o jejich natočení a rychlosti rotace stolku. Díky tomu je možné s využitím výše zmíněných vzorců (5.1)(5.2) určit parametry deterministických chyb senzoru a dále je pak kompenzovat. Je nutno dodat, že se při tomto testu točí senzory oběma rotačními směry (ve směru a proti směru hodinových ručiček). [16]

Předchozí testy byly založeny na měření polohy nebo pohybu senzorů. Následující dva kalibrační testy se zaměřují měření chyb senzorů v závislosti na teplotě. První test se nazývá „Soak method“ a spočívá v tom, že se senzor v teplotní komoře zahřeje na danou teplotu a měří se jeho výstupní signál. Druhá metoda se nazývá „ramp method“, kde je teplota IMU lineárně měněna po danou dobu, čímž je možné zmapovat závislost výstupního signálu senzoru na teplotě. Termální drift levných MEMS senzorů je velmi závažným problémem ovlivňující inerciální měření. Pro měření tohoto driftu se pak používá termální komora s rotačním stolem. U akcelerometrů může teplota zapříčinit drift až 1 (m/s)/s a u gyroskopů drift až 5°/s. V katalogovém listu výrobce se sice parametry pro daný senzor dají vyčíst, ale často jsou velmi nepřesné a je tak potřeba senzor znovu kalibrovat pomocí teplotních testů. Dle literatury [16] bylo empiricky zjištěno, že největší efekt má na kompenzaci „Soak metoda“, ale tato kalibrace může být značně ovlivněna vysokými teplotními skoky. [16]

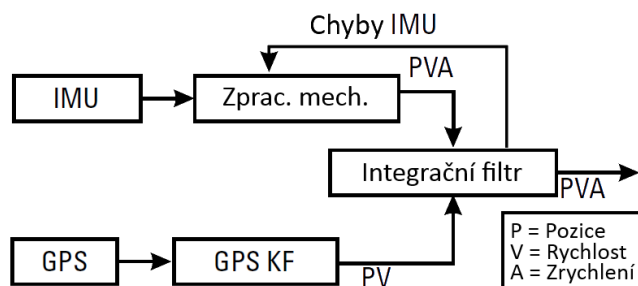
Vzhledem k tomu, že cílem této práce je potlačení stochastických jevů působících na výstupní signál, je možné postulovat, že senzor je již zkalibrovaný a drobná rezidua po kalibraci je možné zanedbat. Zůstává pak ideální senzor pouze se stochastickými chybami, jejichž potlačením se zabývá následující kapitola.

## 5.2 Potlačení stochastických chyb inerciálních senzorů

Stochastické chyby je možné považovat pravděpodobně za největší problém levnějších IMU v INS. Jelikož se jedná o chyby nepředvídatelné, je jejich potlačení mnohem složitější, než potlačování chyb deterministických. Jak již bylo zmíněno výše, tyto chyby se vlivem integrací kumulují a způsobují nežádoucí drifts nebo chybu typu „random walk“.

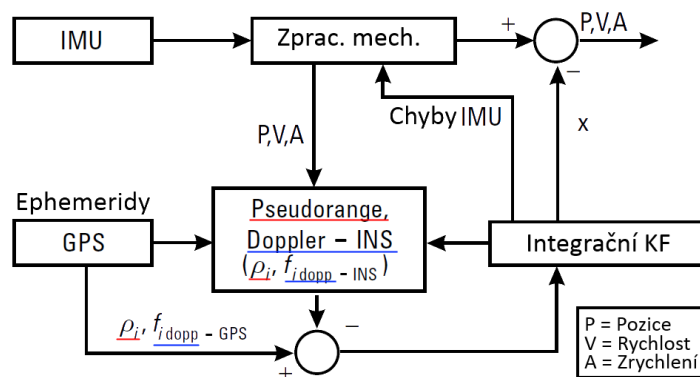
Při kompenzaci takovýchto chyb je cílem dosáhnout co nejpresnějšího odhadu (estimace) aktuálního stavu signálu, potažmo stavu celé soustavy. Odhadováním může být výběr bodu ze spojitého prostoru, a to jako proces hledání nejlepšího (optimálního) odhadu s ohledem na zvolené kritérium. [18] Ve většině aplikací se takového odhadu dosahuje pomocí fúze senzorů. Termínem fúze senzorů se pak rozumí zpracování signálu ze dvou a více typů senzorů pro aktualizaci, nebo udržení stavu systému. V případě této práce jsou k dispozici data z akcelerometrů, gyroskopů, magnetometrů a případně i GPS data pro kompenzaci rotace a translace mezi vztažnými soustavami (Body, Nav, Inertial). [1]

Dnes je ve spojení s dalšími mechanismy (viz dále) velmi hojně využíván Rozšířený Kalmanův Filtr (Extended Kalman Filter - EKF), jež je schopný poskytovat odhad i u nelineárních systémů. Jako základní příklad může být uvedeno využití Kalmanova Filtru (dále jen KF) v metodě „Integrace volným párováním“ (Loosely Coupled Mode of Integration), která je zobrazena na Obr. 5.1. Jedná se o nejběžnější fúzi GPS a IMU, kde data z GPS (pozice, rychlosti atp.) aktualizují navigační KF. V integračním filtru jsou pak zahrnuty chyby z obou měření (IMU, GPS), po zpracování se tyto chyby promítají do mechanismu, jenž zpracovává data ze senzorů. [16]



**Obr. 5.1 Integrace volným párováním (Loosely Coupled Mode of Integration) [16]**

Podobnou, robustnější, ale složitější metodou je „Integrace pevným párováním“ (Tightly Coupled Mode of Integration), známou také jako Centralizovaný KF. Tak jak znázorňuje Obr. 5.2, vybraná Ephemerid data (pseudorange, Doppler) jsou kombinována s pozicemi, rychlostmi, zrychleními a orientací, které byly získány z IMU.

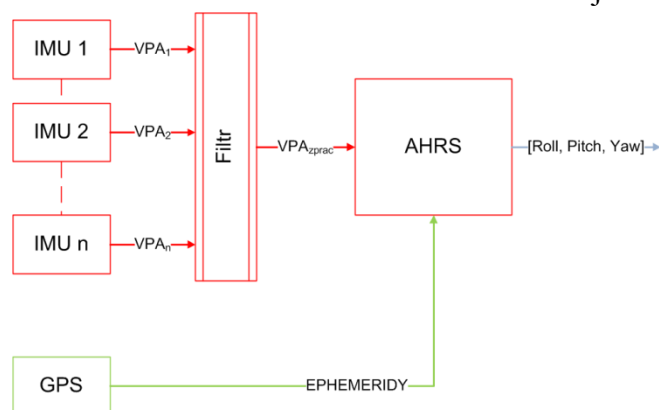


**Obr. 5.2 Integrace pevným párováním (Tightly Coupled Mode of Integration) [16]**

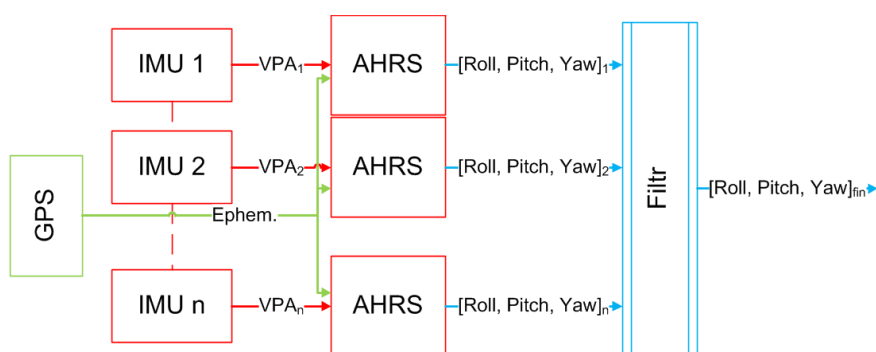
Ve výše zmíněných případech byl použit KF, jež je možné popsat jako filtr, který určuje míru důvěry v aktuální měření. Algoritmus tohoto filtru je dvou-krokový. Nejprve se odhadnou nové stavy systému. V druhém kroku se provede korekce (aktualizace) aktuálních hodnot pomocí Kalmanova „zesílení“. Nový stav systému se odhaduje pomocí modelu měření, jenž zahrnuje vztahy mezi jednotlivými stavy (veličinami) systému. Korekce (aktualizace) se provádí nejčastěji na základě dynamického modelu, jenž posuzuje systém z hlediska časového vývoje. Při použití EKF, je pak nutné provést linearizaci kolem pracovních bodů. To může být například rozdíl v posuzování gravitačního zrychlení (akcelerometry) při stavu tělesa v klidu nebo v pohybu. [16]

Velkou nevýhodou Kalmanova filtru je vysoká obtížnost návrhu parametrů a provedení jeho přesné optimalizace. Proto v rámci této práce bude uvažován jednodušší Komplementární Filtr. Jedná se o PS regulátor, který dorovnáva orientační úhly objektu (např. letadla) na základě nastavení parametrů, jenž určují, jak moc je možné věřit jednotlivým sensorům IMU. Stejně jako v předchozím případě je možné použít GPS ke kompenzaci rotace země a translace vztažných soustav. Tento filtr bude blíže popsán v následující kapitole (viz Obr. 6.1). [8]

Idea této diplomové práce je, využít poznatků z bakalářské práce autora [19], která se zabývala předzpracováním obrazu a využít období metod pro zpracování obrazu na data z inerciálních sensorů. Vzhledem k tomu, že je k dispozici několik sensorů (až 40 IMU) namísto jednoho, může být předzpracování provedeno několika způsoby. Pominou-li se jednotlivé metody zpracování zašuměných signálů, je možné tyto filtry aplikovat na několika úrovních měření. A to dle následujících diagramů.



**Obr. 5.3 Zjednodušený model - filtrace z více sensorů**



**Obr. 5.4 Zjednodušený model - filtrace z více AHRS**

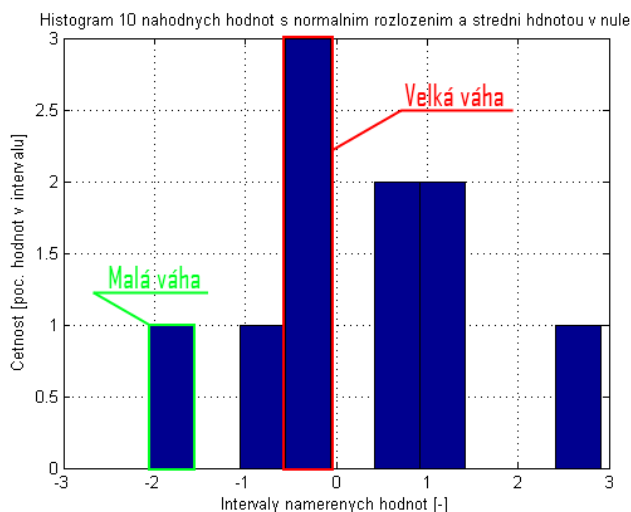
Předchozí blokové diagramy zobrazují navrhnuté koncepce využití více sensorů pro systém AHRS. V prvním případě je umístěn filtr hned za příslušné senzory a je z nich vybírána nejpravděpodobnější hodnota pro algoritmus AHRS (tím je možné rozumět diagramy Obr. 5.1 Obr. 5.2). V druhém případě je spuštěn algoritmus AHRS pro každé IMU a nakonec je vybráno řešení pomocí filtru. Červeně označené senzory jsou pro systém nutné, zelená barva značí dobrovolné parametry a modrá barva značí výstup/y ze systémů AHRS.

Pro filtraci z více zdrojů je možné použít několik přístupů. Jak již bylo zmíněno výše, odhadem je výběr neoptimálnějšího (nejpravděpodobnějšího) bodu v prostoru výsledků. Jelikož většina filtrů (včetně KF) je založena spíše na časovém nebo frekvenčním pozorování signálu, tak přidáním více IMU se toto řešení rozšiřuje o další dimenzi. Je možné předpokládat, že při dostatečném počtu použitých senzorů se bude výsledek pohybovat přibližně uprostřed intervalu. Z tohoto předpokladu je možné vyvodit například tyto metody.

Nejjednodušší metodou je prosté průměrování, jež je jako algoritmus nejrychlejší, ale nevýhodou je, že zahrnuje i zřejmě neplatná řešení. Pokud bude tedy v množině hodnot použitých pro průměr hodnota, jež se výrazně odlišuje od ostatních, tak může negativně ovlivnit výsledek měření.

Jelikož se dá postulovat, že nezáleží na uspořádání senzorů ve vstupní matici, mohou další metody vycházet z faktu, že se seřadí dle velikostí (od nejmenší po největší), vybere-li se pak hodnota uprostřed, je výsledkem filtrace medián vstupních hodnot. Je tedy vybrána hodnota, jež není ovlivněna velikostí velmi odchýlených hodnot, ale již nebere v potaz i ostatní naměřené hodnoty. Algoritmus je ale o něco obtížnější než u prostého průměru.

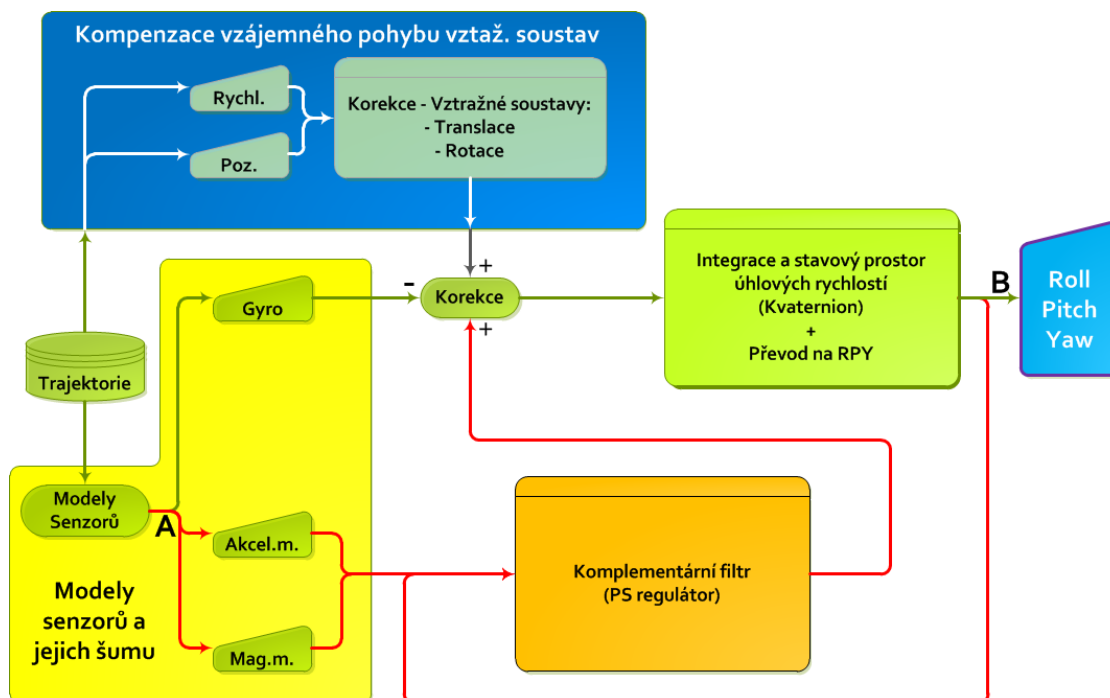
Dalšího vylepšení hodnot lze dosáhnout například použitím histogramu a vhodného váhování. Při vhodně zvoleném zaokrouhlování hodnot pro sestavení histogramu, je možné z histogramu určit hodnotu největšího nakumulování hodnot (tedy globální maximum histogramu). Histogram se dá pak využít pro naváhování jednotlivých hodnot podle pravděpodobnosti jejich platnosti. Například pokud se v jednom intervalu vyskytuje hodnota třikrát a v druhém jen jednou, jsou hodnoty z prvního intervalu mnohem více pravděpodobné a tak je jim přiřazena větší váha než hodnotám z druhého intervalu. To je znázorněno na Obr. 5.5. Matematicky bude problém popsán v následující kapitole. [19]



**Obr. 5.5 Příklad tvoření vah na základě histogramu**

## 6 REALIZACE PRÁCE

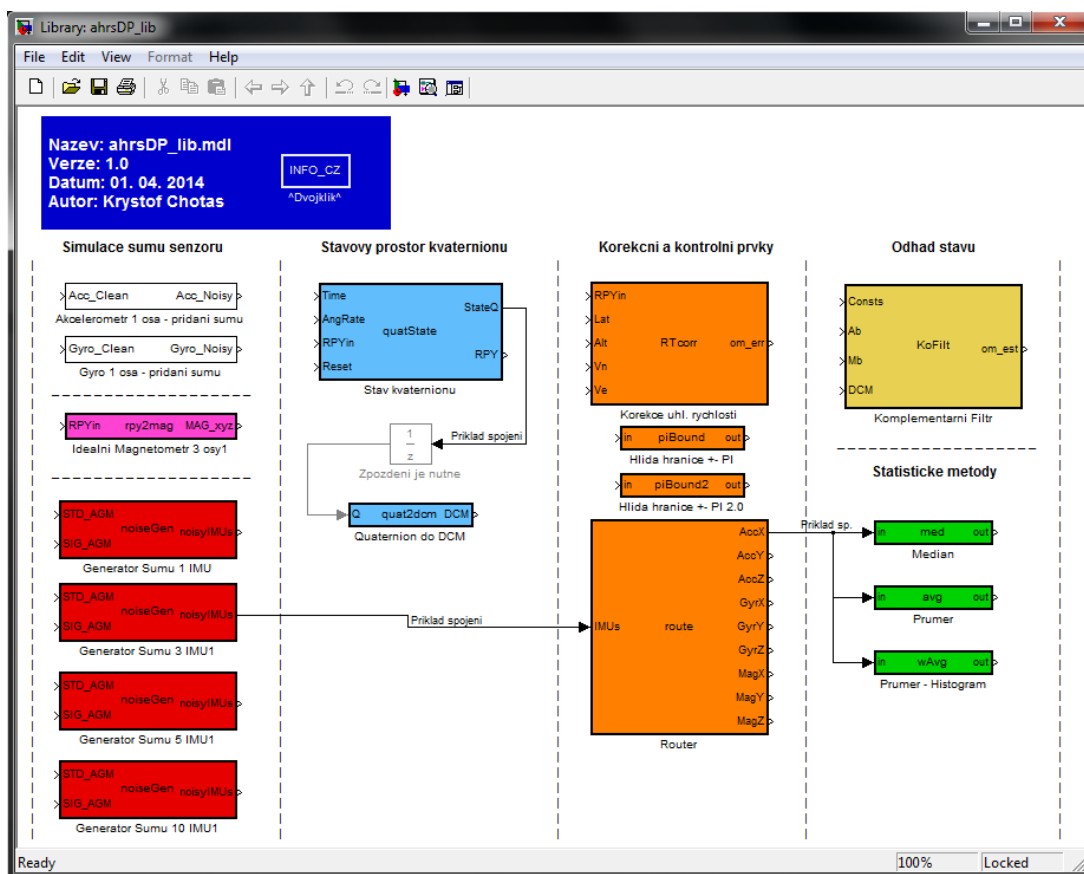
V této rozsáhlejší kapitole je rozebrán postup praktické realizace modelu soustavy (systému). Na Obr. 6.1 je uvedeno zjednodušené schéma systému AHRS, z něhož vyplývá i celkové rozložení do následujících podkapitol.



Obr. 6.1 Zjednodušené schéma systému AHRS řešeného v DP

Jako první bude probírána žlutě vyznačená část pojednávající o simulaci senzorů a to zejména simulaci jejich šumu. Dále bude vysvětlen světle zelený blok Integrace a stavový prostor úhlových rychlostí. Kompenzace vzájemného pohybu vztažných soustav, která je znázorněna v modré oblasti, bude popsána ve třetí podkapitole. Ta se u běžných systémů AHRS většinou neuvažuje, protože jsou pro ni potřeba veličiny, jež není možné přesně z IMU získat. V této práci byla tato kompenzace realizována jako prvek pro ověření správnosti bloku Integrace. Nakonec jsou popsány principy fúze senzorů. Jako první typ fúze je řešen Komplementární filtr, jenž je na předchozím obrázku znázorněn oranžově. Schéma na Obr. 6.1 vyjadřuje uspořádání pouze pro jedno IMU. Metody využití více senzorů popsané v předchozí kapitole pak budou aplikovány v místech označených A, B a jsou popsány v poslední podkapitole.

Práce je realizována jako knihovna s bloky pro prostředí Matlab Simulink 2010b. Její první plně funkční verze je zobrazena na Obr. 6.2. Propojení těchto bloků pro získání výsledků práce bude popsáno v kapitole 7, kde kromě výsledků budou probírána i jednotlivá zapojení.



Obr. 6.2 Knihovna s bloky pro sestavení různých variant systému (Matlab 2010b - Simulink)

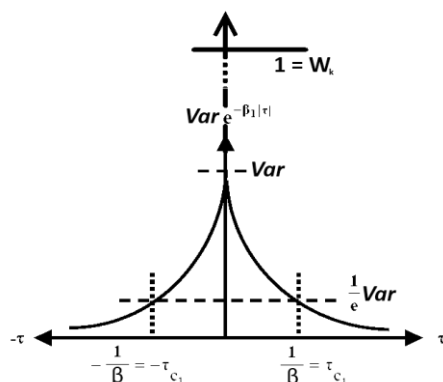
## 6.1 Modely senzorů a jejich šumu

První fáze realizace práce byla spjata se simulací šumu MEMS senzorů. Teoreticky byla tato problematika popsána v kapitole 4.2. Původní praktická část této kapitoly měla vycházet pouze z práce [12], ale během její realizace byly zjištěny některé nedostatky, které vedly k dalšímu studiu odborné literatury ([20][21][22][23][24]).

Počátečním cílem bylo nasimulovat šum senzorů s co největší přesností. Empiricky a zejména na základě pramenů [20][21] bylo zjištěno, že šum vybraného akcelerometru je vhodné simulovat pomocí bílého šumu ve spojení s šumem typu Gauss-Markov prvního řádu. Šumu gyroskopu se naopak nejvíce podobal bílý šum s přidáním Rate Random Walk, tedy se sumovaným bílým šumem nízkého rozptylu. Rovnice (6.1) vyjadřuje výpočet stavu šumu typu Gauss-Markov (GM). Parametry  $Var$  a  $\beta$  se zjistí z autokorelační funkce (`xcorr` v prostředí Matlab) zašuměného signálu s biasem rovným nule. Typický tvar této funkce je vidět na Obr. 6.3, kde  $Var$  je poměrná část zdroje bílého šumu  $W_k$  a  $\beta$  je časová konstanta GM. Výpočty parametrů ze signálů reálných senzorů byly provedeny skriptem: „NoiseTester.m“, jenž je přiložen ve složce: „01\_AnalyzaSignalu“. Tento skript provádí i jejich analýzu, která je popsána dále.

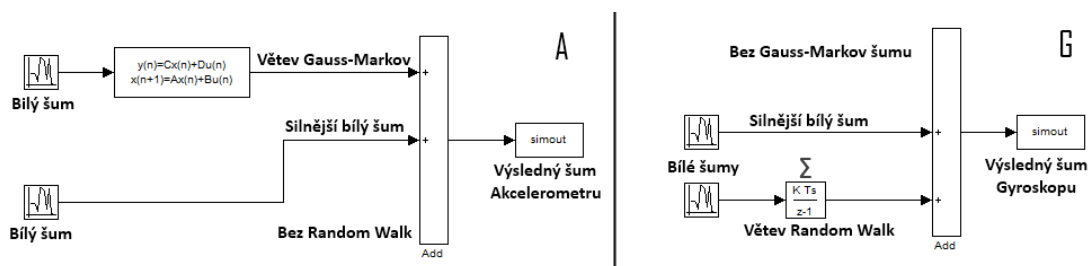


$$GM_{k+1} = (1 - \beta \Delta t) GM_k + \sqrt{2\beta Var \Delta t} W_k \quad (6.1)$$

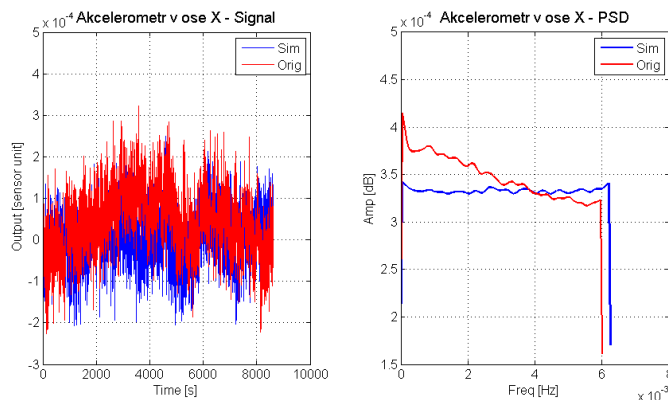


Obr. 6.3 Autokorelační funkce zašuměného signálu [21]

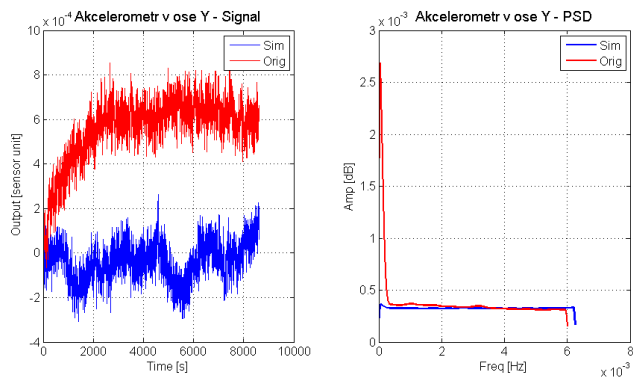
Hodnota rozptylu  $Var$  z autokorelační funkce byla vhodná také jako zdroj šumu s nízkým rozptylem pro Rate Random Walk šum u gyroskopů. Na Obr. 6.4 jsou zakreslena schémata modelů výše zmíněných šumů. Tyto modely jsou přiloženy taktéž ve složce „01\_AnalyzaSignalu“ a jsou volány výše zmíněným skriptem (NoiseTester.m), který z nich na základě změřených parametrů vykresluje grafy, jež jsou znázorněny na následujících obrázcích. První graf znázorňuje šum, na který byl použit plovoucí průměr s oknem 800, tak aby byly více vidět průběhy driftů signálu vlivem malých šumů (GM, RRW). V druhém okně je vykresleno PSD (Power Spectral Density) – Výkonostní spektrum signálu (šumu).



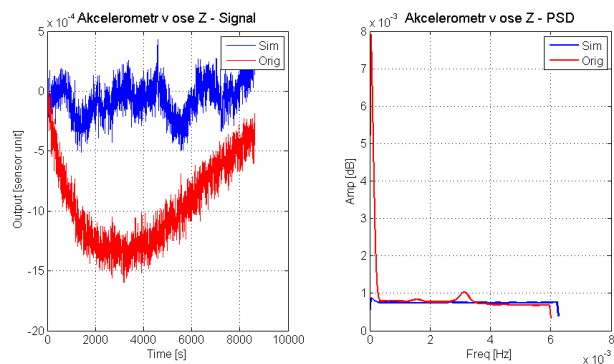
Obr. 6.4 Modely senzorů: A - Akcelerometr, G – Gyroskop



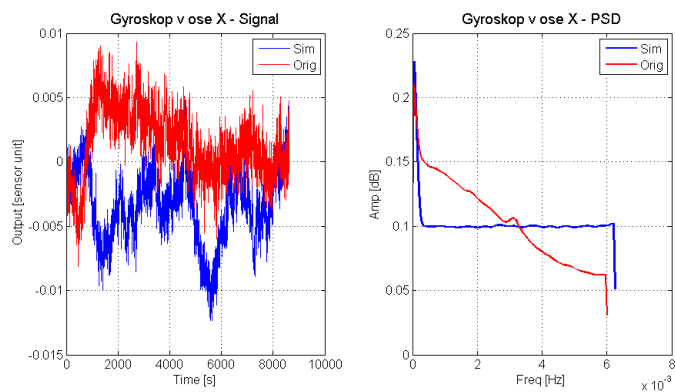
Obr. 6.5 Porovnání simulace/reálný akcelerometr – Osa X



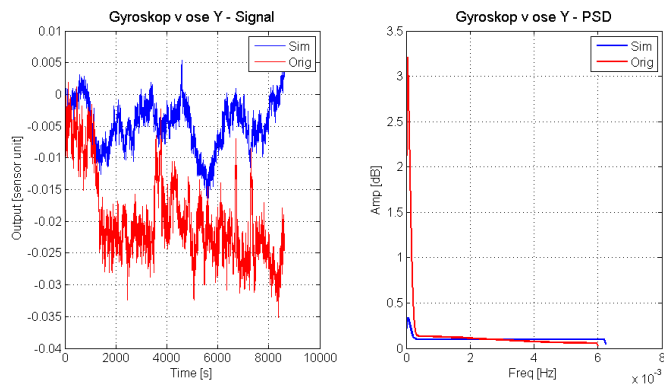
**Obr. 6.6 Porovnání simulace/reálný akcelerometr – Osa Y**



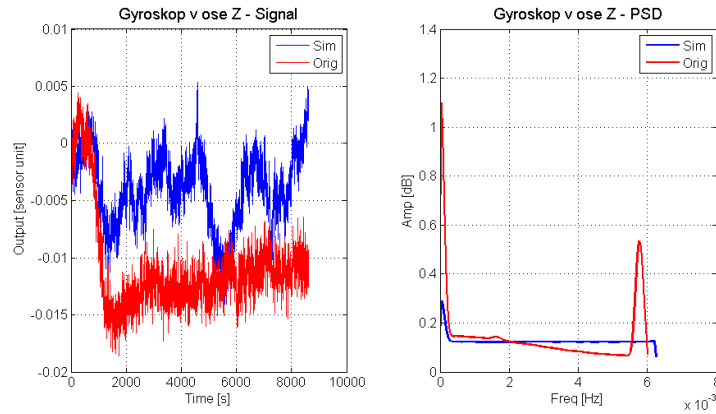
**Obr. 6.7 Porovnání simulace/reálný akcelerometr – Osa Z**



**Obr. 6.8 Porovnání simulace/reálný gyroskop - Osa X**



**Obr. 6.9 Porovnání simulace/reálný gyroskop - Osa Y**



**Obr. 6.10 Porovnání simulace/reálný gyroskop - Osa Z**

Již na první pohled je z grafů zřejmé, že simulace i s dobře změřenými parametry není svými průběhy podobná originálu. Prvním důvodem je, že pro přesné určení parametrů je potřeba velmi dlouhá doba měření, díky které se dá přesně změřit časová konstanta (z ní vypočítat konstanta  $\beta$ ). Druhý důvod je, že se jedná o signál náhodný. Dle literárních pramenů [22][23] je téměř nemožné pomocí GM prvního řádu sestavit věrnou podobu signálu (tak jak je tvrzeno v [12]) a v praxi se používá pouze bílý šum stejného nebo o něco málo většího rozptylu. Toto je také rozdíl mezi samostatnými bloky pro generování šumu, které jsou realizovány pomocí modelů z Obr. 6.4 a bloky pro generování šumu za celé IMU (1-10 IMU – Červené bloky), kde je šum vyjádřen pouze z rozptylu šumu originálního. Toto řešení je pro práci dostačující a zkoumání GM vyšších řádu je již nad rámec práce. [12][20][21][22][23]

Vzhledem k tomu, že reprezentace trajektorie, která byla k dispozici, neumožňovala vytažení signálů magnetometru, bylo nutné je vygenerovat z ideálního výstupu Roll ( $r$ ), Pitch ( $p$ ) a Yaw ( $y$ ). Toto řeší fialový blok (Ideální magnetometr – 3 osy), kde se z orientačních úhlů generuje kvaternion  $\mathbf{Q}$  (viz (6.2)) pro snazší počítání a z něho rotační matice  $\mathbf{R}$  (viz (6.3)) z navigační soustavy do body frame.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{r}{2}\right) \cos\left(\frac{p}{2}\right) \cos\left(\frac{y}{2}\right) + \sin\left(\frac{r}{2}\right) \sin\left(\frac{p}{2}\right) \sin\left(\frac{y}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{r}{2}\right) \cos\left(\frac{p}{2}\right) \cos\left(\frac{y}{2}\right) - \cos\left(\frac{r}{2}\right) \sin\left(\frac{p}{2}\right) \sin\left(\frac{y}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{r}{2}\right) \sin\left(\frac{p}{2}\right) \cos\left(\frac{y}{2}\right) + \sin\left(\frac{r}{2}\right) \cos\left(\frac{p}{2}\right) \sin\left(\frac{y}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{r}{2}\right) \cos\left(\frac{p}{2}\right) \sin\left(\frac{y}{2}\right) - \sin\left(\frac{r}{2}\right) \sin\left(\frac{p}{2}\right) \cos\left(\frac{y}{2}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2(q_2q_3 + q_1q_4) & 2(q_2q_4 - q_1q_3) \\ 2(q_2q_3 - q_1q_4) & q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 - q_4^2 & 2(q_3q_4 + q_1q_2) \\ 2(q_2q_4 + q_1q_3) & 2(q_3q_4 - q_1q_2) & q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Pro výpočet výstupu z magnetometru  $M_{out}$  se pak přepočítají podle deklinace aktuální polohy složky magnetického vektoru  $M_{in}$  v navigační vztažné soustavě. Zde je třeba dát pozor, aby tento vektor byl volen pro všechny modely počítající s deklinací shodně (např. Komplementární filtr uvažuje také tento vektor – V praxi se většinou bere tento vektor přímo z databáze magnetických anomálií nebo počítá). Výstup magnetometru se pak spočítá podle následující rovnice. Kód bloku včetně hodnot  $M_{in}$  je možné prohlížet přímo v knihovně. [24]

$$M_{out} = R * M_{in} \quad (6.4)$$

Kompletní odvození vektoru  $M_{in}$  je uvedeno v literatuře [24].

Výše zmíněné červené bloky (Generátor Šumu  $k$  IMU) přidávají k aktuální ideální hodnotě signálu bílý šum s normálním rozložením, střední hodnotou nula a rozptylem, jež je získaný na základě měření šumu senzoru. Prvním vstupem je směrodatná odchylka pro jednotlivé senzory a osy  $std\_AGM$ . Druhým vstupem jsou signály IMU ve stejném pořadí  $sig\_AGM$ .

$$x\_AGM = \begin{bmatrix} Acc_X \\ Acc_Y \\ Acc_Z \\ Gyro_X \\ Gyro_Y \\ Gyro_Z \\ Mag_X \\ Mag_Y \\ Mag_Z \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Stejně je pak řešen i výstup, ale s rozdílem, že jsou pod sebe řazeny vektory  $x\_AGM$  podle počtu zvolených IMU. I přesto, že jsou v základu definované bloky pro dané počty výstupních IMU, je možné v kódu předefinovat konstantu počtu senzorů a s ní pak počítat. Tento výstup ovšem není úplně vhodný pro statistické metody a tak je vytvořen oranžový blok „router“ ve třetím sloupci bloků, který přeskupuje signály na sloupcové vektory každého typu senzorů. Tedy z jednoho vektoru dělá devět vektorů charakterizující každou složku vektoru  $x\_AGM$ .

## 6.2 Stavový prostor a integrace úhlových rychlostí

Jak již bylo výše zmíněno, AHRS je kombinace nástrojů pro určení orientace objektu v prostoru. Jedná se o relativní orientaci os Body Frame a LLF (Local-Level Frame – více viz kapitola 2.1) vyjádřených jako roll, pitch a yaw (viz (2.3)). Základní princip získání těchto úhlů je integrace úhlových rychlostí gyroskopu (ideálního). Tato reprezentace může být provedena přímo integrací úhlových rychlostí, formou DCM (Direction Cosine Matrix) nebo reprezentací kvaternionu. I přes to, že jsou v práci použity všechny tři zmíněné reprezentace orientace, je pro integraci úhlů využita

metoda reprezentace aktuálního stavu kvaternionem. Úhlové rychlosti vstupující do modelu mohou být reprezentovány následujícím vzorcem, kde  $\omega_{bn}^b$  je vstup do modelu,  $\omega_{in}^b$  charakterizuje vzájemný pohyb vztažných soustav a  $\omega_{ib}^b$  je vlastní úhlová rychlost z výstupu IMU.

$$\omega_{bn}^b = \omega_{in}^b - \omega_{ib}^b \quad (6.6)$$

Je dobré si povšimnout záporného znaménka, protože bez kompenzací pak musí být úhlové rychlosti vystupující z IMU brány s opačným znaménkem, tak jak je zobrazeno na Obr. 6.1 v části „Korekce“. Pokud je totiž k dispozici pouze akcelerometr, gyroskop a magnetometr, uvažuje se  $\omega_{in}^b = [0 \ 0 \ 0]^T$ . [4]

Princip modrého bloku „Stav kvaternionu“ na Obr. 6.2 je dvou-fázový. Proto je také v bloku implementován jednoduchý stavový automat se 2 stavy. První stav (fáze) je spouštěn při inicializaci ( $t=0$ ), nebo při vyžádání externím resetem. Je pro něj potřeba zadat inicializační úhly orientace (RPYin), ze kterých se vygeneruje rotační matice  $\mathbf{R}_n^b(0)$  pomocí rovnice (6.7) (kde S je sin a C je cos). Tato matice pak umožňuje výpočet kvaternionu  $\mathbf{Q}(0)$  dle rovnice (6.8) (kde  $\mathbf{R}$  je  $\mathbf{R}_n^b$ ).

$$\mathbf{R}_n^b = \begin{bmatrix} C(y)C(p) & S(y)C(p) & -S(p) \\ -S(y)C(r) + C(y)S(p)S(r) & C(y)C(r) + S(y)S(p)S(r) & C(p)S(r) \\ S(y)S(r) + C(y)S(p)C(r) & -C(y)S(r) + S(y)S(p)C(r) & C(p)C(r) \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \sqrt{1 + R(1,1) + R(2,2) + R(3,3)} \\ \frac{R(3,2) - R(2,3)}{4Q_1} \\ \frac{R(1,3) - R(3,1)}{4Q_1} \\ \frac{R(2,1) - R(1,2)}{4Q_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

Rovnice (6.8) vychází ze vzorce (2.29) a aplikuje v něm rotační matici (z Body Frame do LLF), která je vyjádřena v rovnici (6.7). [4]

Po této inicializaci přechází (pokud není přítomen impuls reset) soustava do druhé fáze. Zde je aktualizován aktuální stav kvaternionu sumací (integrací) mezi aktuálním a předchozím vektorem úhlových rychlostí. To je vyjádřeno v následujících rovnicích, pokud platí, že vektor  $\omega$  je vstup do modelu (úhlové rychlosti z gyroskopů + případné kompenzace) a  $dt$  je rovno  $t(k) - t(k-1)$ . Více do hloubky je tato problematika popsána v kapitole D.5 v literatuře [4].

$$\mathbf{Q}_t = \left( \cos(w) \mathbf{I} + \frac{\sin(w)}{w} \mathbf{W} \right) \mathbf{Q}_{t-1} \quad (6.9)$$

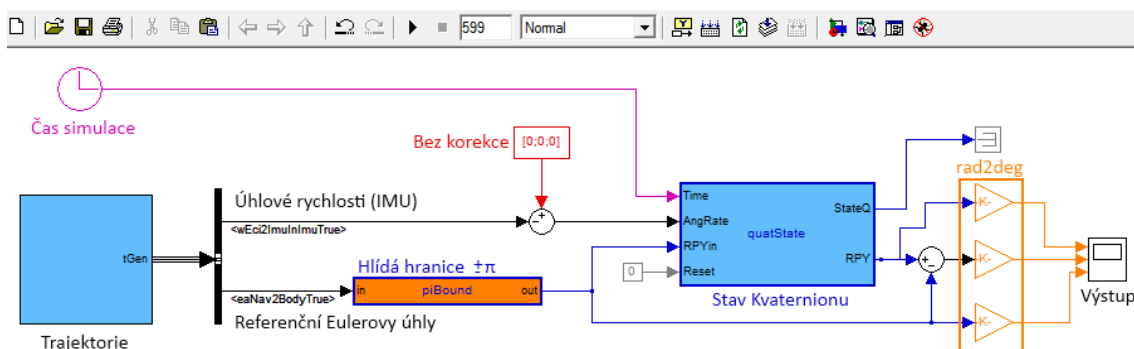
$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & -Wa_1 & -Wa_2 & -Wa_3 \\ Wa_1 & 0 & -Wa_3 & Wa_2 \\ Wa_2 & Wa_3 & 0 & -Wa_1 \\ Wa_3 & -Wa_2 & Wa_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} Wa_1 \\ Wa_2 \\ Wa_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \int_{t_1}^t \omega_1(\tau) d\tau \\ \frac{1}{2} \int_{t_1}^t \omega_2(\tau) d\tau \\ \frac{1}{2} \int_{t_1}^t \omega_3(\tau) d\tau \end{bmatrix}_{\text{Spoj.}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \frac{\omega_{1k} + \omega_{1k-1}}{2} dt \\ \frac{1}{2} \frac{\omega_{2k} + \omega_{2k-1}}{2} dt \\ \frac{1}{2} \frac{\omega_{3k} + \omega_{3k-1}}{2} dt \end{bmatrix}_{\text{Diskrétně}} \quad (6.11)$$

$$w = \|\mathbf{W}\| = \text{norm}(\mathbf{W}) \quad (6.12)$$

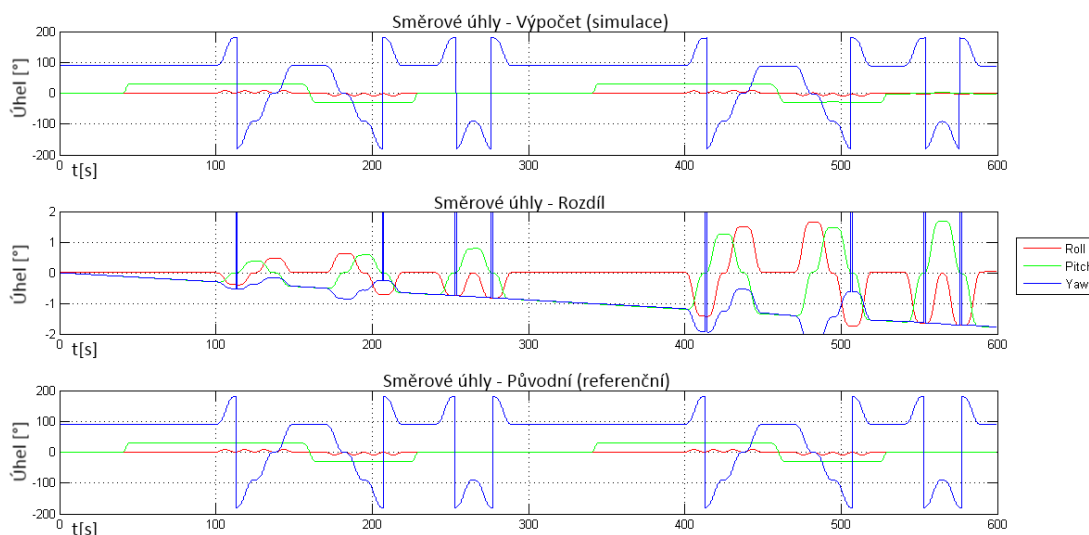
Klíčovým prvkem je zde kvaternion  $\mathbf{Q}$ , ze kterého se v bloku podle rovnice (2.30) vypočítávají i rovnou Eulerovy úhly na výstup. Dobré je poznamenat, že kvůli zapamatování aktuálních stavů pro následující časový krok jsou v bloku drženy následující proměnné/vektory (paměti) typu persistent:  $\mathbf{Q}$ ,  $t\_pre$  (předchozí čas),  $state$  (stav automatu),  $\mathbf{AngRate\_pre}$  (předchozí úhlové rychlosti). Z rovnice (6.9) je vidět, že pro ideální trajektorii (a pro málo pravděpodobné neideální trajektorie), kde je norma  $w$  vektoru  $\mathbf{W}$  rovna nule, je nutné ošetřit případ tak, že se stav kvaternionu neaktualizuje. To nastává například, pokud by byla soustava v naprostém klidu a na senzorech by byl nulový šum. Výstupem bloku je pak aktualizovaný stav kvaternionu ( $StateQ$ ) a Eulerovy úhly ( $RPY$ ). Kód bloku je k nahlédnutí přímo v příložené knihovně. [4]

Zapojení bloku „Stav kvaternionu“ (bez korekcí) k ověření funkcionality je znázorněno na Obr. 6.11. Z generátoru trajektorie jsou zde vytaženy úhlové rychlosti (bez šumu), které jsou bez jakýchkoliv korekcí přivedeny s opačným znaménkem (viz (6.6)) do bloku „Stav Kvaternionu“, kde probíhá jejich integrace. Druhým prvkem, který je z generátoru vytažen jsou přesné polohové úhly (Roll, Pitch, Yaw). Ty jsou pak porovnávány s výstupem  $\mathbf{RPY}$  a převedeny z radiánů na stupně (srozumitelnější). Tento model však není možné přiložit, jelikož generátor trajektorie je vlastnictvím společnosti Honeywell s.r.o. Je ho však možné duplikovat s vlastními trajektoriemi.



**Obr. 6.11 Model zapojení bloku "Stav kvaternionu" pro ověření správného naprogramování**

Následující obrázek pak zobrazuje výstupy na osciloskopu. Na prvním grafu jsou vidět úhly RPY z naprogramovaného bloku. Druhý graf znázorňuje rozdíl mezi daty z naprogramovaného bloku a mezi čistými daty RPY, které jsou zaneseny ve třetím grafu.



**Obr. 6.12 Grafy směrových úhlů Výpočet/Rozdíl/Původní**

Nejdůležitější hodnoty na Obr. 6.12 jsou pravděpodobně na prostředním grafu. Je vidět, že drift v ose Z je za 10 minut roven přibližně hodnotě  $2^\circ$ . To je způsobeno dvěma faktory. Zaprvé není zde uvažován drift vlivem rotace ECEF vůči ECI a zadruhé vliv translace LLF v ECEF (viz kapitola 2.1). V rovnici (6.13) je příklad výpočtu maximálního driftu pro tento případ vlivem rotace ECEF vůči ECI, který vychází z hodnoty rotace vypočítané v (2.1). Je vidět, že drift v druhém grafu na Obr. 6.12 je v těchto mezích. Kompenzace výše zmíněných jevů je uvedena v další kapitole. [4]

$$D_{max} = \text{rad2deg}(\omega_{ie} * t) = \frac{180}{\pi} 7,292115 * 10^{-5} * 600 \approx 2,5^\circ \quad (6.13)$$

Jedinou viditelnou nesrovnalostí jsou vysoké hodnoty rozdílu vzniklé vlivem omezení výstupu původní orientace (která byla mimo rozsah  $\pm\pi$ ) blokem „piBound“. Zde pak vložím nelinearity v bodech  $\pm\pi$  a vlivem nestejněho zaokrouhlení  $\pi$  vznikly tyto velké rozdíly hodnot.

### 6.3 Kompenzace vzájemného pohybu vztažných soustav

V předchozí podkapitole byl popsán základní princip integrace úhlových rychlostí z gyroskopu, přičemž nebyly uvažovány vlivy translace a rotace vztažných soustav vůči sobě. V této kapitole jsou blíže popsány kompenzace těchto vlivů. To řeší i oranžový blok „Korekce úhlových rychlostí“ na Obr. 6.2.

Vzhledem k tomu, že gyroskop je inerciální snímač, je nutné vzít v úvahu to, že snímá rotace mezi Body Frame a ECI (inerciální vztažná soustava). Oproti tomu je výsledná orientace vyžadována mezi Body Frame a LLF (NED). Je tedy nutné uvážit rotace mezi ECI a LLF (NED). Pro to je nutné znát orientaci objektu (letadla), složky jeho rychlosti v osách navigační soustavy, zeměpisnou šířku a jako dobrovolný parametr je možné uvést i výšku objektu nad povrchem (pokud není k dispozici, je možné ji zanedbat).

Jako první rotace, kterou je nutné kompenzovat, je vztah mezi soustavou ECI a ECEF, ke které se dá pak vztáhnout i soustava LLF. Jak již bylo diskutováno v kapitolách 2.1 a 6.2, je potřeba uvážit rotaci těchto soustav vůči sobě, ale s tím rozdílem, že svůj vliv má i zeměpisná šířka ( $Lat$ ) ve které se objekt nachází. Vektor korekce mezi těmito soustavami je pak počítán dle následující rovnice (6.14). [25]

$$\boldsymbol{\Omega}_{ie} = \omega_{ie} \begin{bmatrix} \cos(Lat) \\ 0 \\ -\sin(Lat) \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

Druhý vztah, který je nutné uvážit, je vztah mezi ECEF a LLF (NED). Zde je potřeba znát rychlost objektu ve směru os N a E ( $v_N, v_E$ ), zeměpisná šířka ( $Lat$ ), parametry geografického systému WGS84 (pro výpočet vzdálenosti objektu od centra ECEF) a případně výšku objektu nad systémem ( $Alt$ ). Tato výška může být zanedbána. Vliv této translace se pak vypočítá z rovnic (6.15) (6.16) (6.17), kde  $e = 0,0818191908425$  je excentricita WGS84,  $R_0 = 6378137$  m je délka hlavní poloosy WGS84. [25]

$$\boldsymbol{\Omega}_{en} = \begin{bmatrix} \frac{v_E}{R_E + Alt} \\ \frac{-v_N}{R_N + Alt} \\ -v_E * \frac{\tan(Lat)}{R_E + Alt} \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

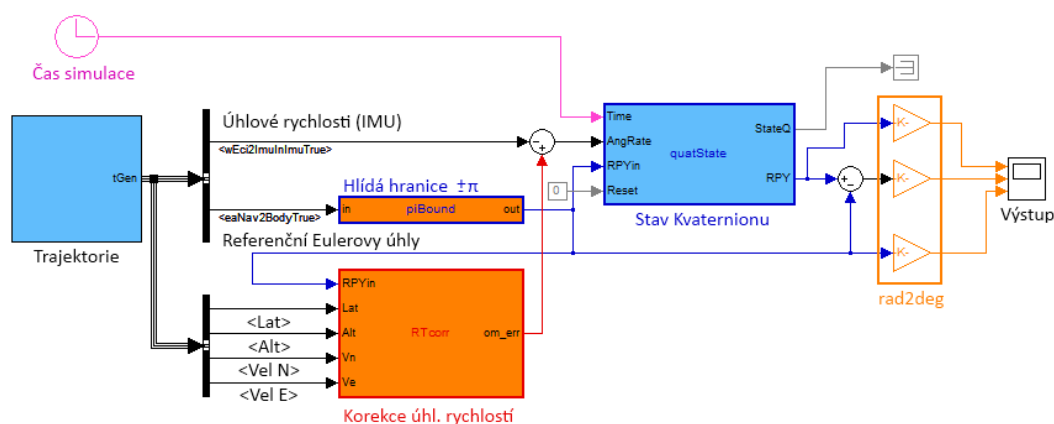
Kde:

$$R_E = \frac{R_0}{\sqrt{1 - Exc^2 * \sin^2(Lat)}} \quad (6.16)$$



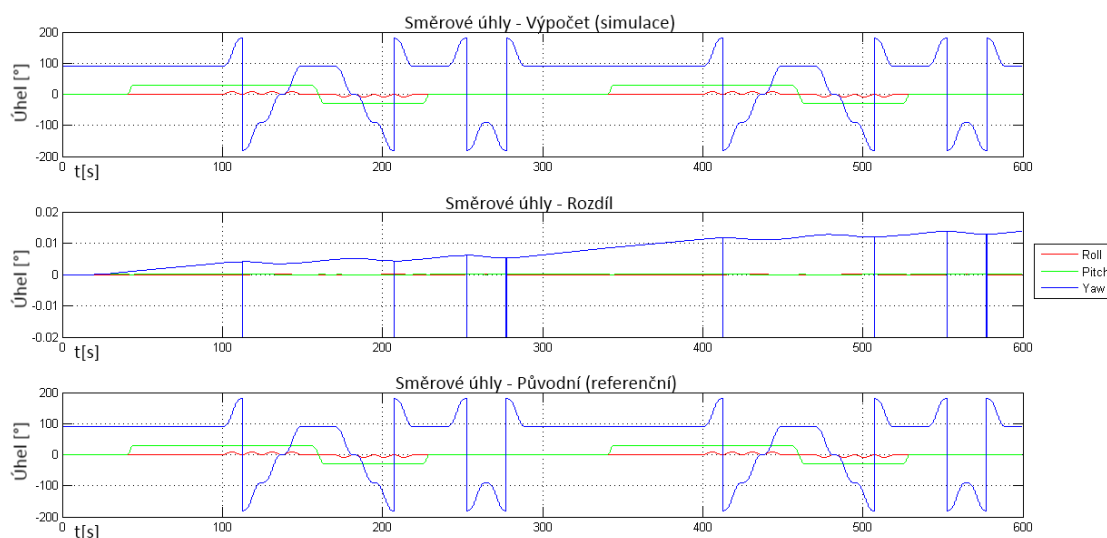
$$R_N = \frac{R_0 * (1 - Exc^2)}{(1 - Exc^2 * \sin^2(Lat))^{\frac{3}{2}}} \quad (6.17)$$

Pro korekci se pak sečtou oba vektory. Tyto vektory jsou ale vztaženy k navigační soustavě (LLF) a tak je třeba tento součet převést do Body Frame pomocí rotační matice (6.7), aby bylo možné aplikovat tyto korekce přímo na vstupu systému (viz rovnice (6.6)). Zapojení bloku těchto korekcí pro ověření správnosti algoritmu z předchozí kapitoly je znázorněno na OBR. [25]



Obr. 6.13 Zapojení bloku "Stav kvaternionu" s korekcí rotace a translace soustav

Na následujících grafech jsou (stejně tak jako v předchozí kapitole) zobrazeny průběhy na osciloskopu. Na prostředním grafu, vyjadřujícím rozdíl vypočteného a původního signálu, je vidět, že chyba vlivem korekce klesla na řád setin stupně za 10 minut. Drobné odchylky jsou pak způsobeny např. zaokrouhlováním.

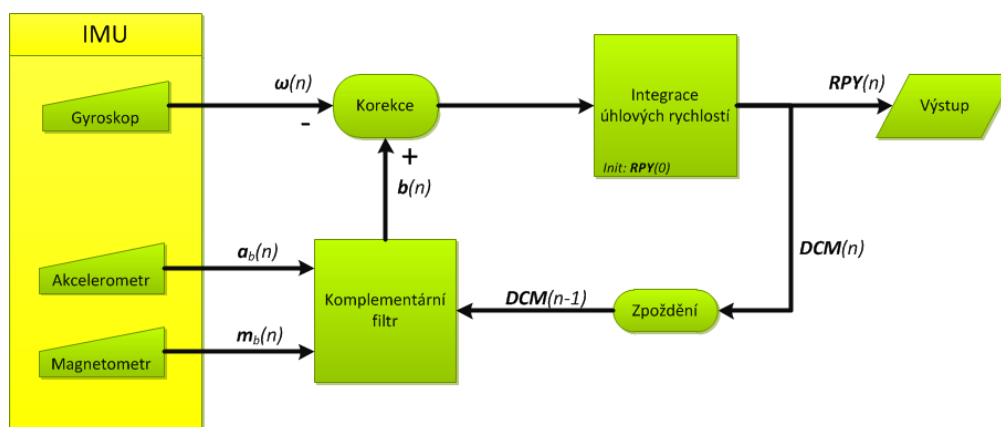


Obr. 6.14 Grafy směrových úhlů Výpočet/Rozdíl/Původní po korekci

Tímto krokem byl ověřen algoritmus z předchozí kapitoly. Jelikož ale pro většinu případů samostatných AHRS nejsou uvažovány externí vstupy (např. GPS, Airdata), je tento vliv rotací a translací vztažných soustav zanedbáván. Ve většině případů je nakonec fúzacími algoritmy, které využívají zbylé části IMU (akcelerometr, Magnetometr – není vždy součástí IMU), považován za šum a je ve výsledku potlačen. Příkladem takového fúzovacího algoritmu je Komplementární filtr, který je probrán v následující kapitole. [25]

## 6.4 Komplementární filtr

Komplementární filtr byl již stručně uveden v kapitole 5.2. Existují dva základní typy těchto filtrů. Prvním typem komplementárního filtru je filtr s otevřenou smyčkou, který je ve zkratce popsán v [27]. Pro tuto práci byla zvolena (složitější) varianta s uzavřenou smyčkou (viz Obr. 6.15). Jedná se o PS regulátor, který uvažuje vysoké frekvence z gyroskopu a nízké frekvence z ostatních senzorů (Akcelerometr a Magnetometr). Výstup v podobě integrace úhlových rychlostí je zde přiváděn ve formě rotační matice ( $R_n^b$ ) do filtru, kde je zjišťováno, jak se liší řešení z gyroskopů oproti řešení ze zbývajících senzorů IMU. Tento rozdíl je vyjádřen pomocí vektorového součinu obou řešení, jehož složky určují směr dorovnání a velikost vektoru udává rychlost, jakou má být tato korekce provedena ( $e_a$ ,  $e_m$ ). Je zde zakomponováno i to, že akcelerometr není přesný při zatáčkách pomocí váhovací funkce, jejímž parametrem je šířka rozložení pásma ( $\sigma$ ), která určuje rozsah „důvěryhodnosti“ akcelerometru. U magnetometru je použita konstanta určující s jakou váhou má být řešení bráno v potaz ( $K_m$ ). Nakonec jsou tato řešení přivedena do PS regulátoru (konstanty  $K_p$ ,  $K_s$ ), jehož výstup koriguje vstupující úhlové rychlosti z gyroskopu do bloku integrace. Rovnice (6.18) až (6.22) vyjadřují algoritmus žlutého bloku „Komplementární filtr“ z Obr. 6.2. [26]



Obr. 6.15 Schéma komplementárního filtru

$$b(n) = k_p \cdot e_n + k_s \sum_{i=1}^n e_i \quad (6.18)$$

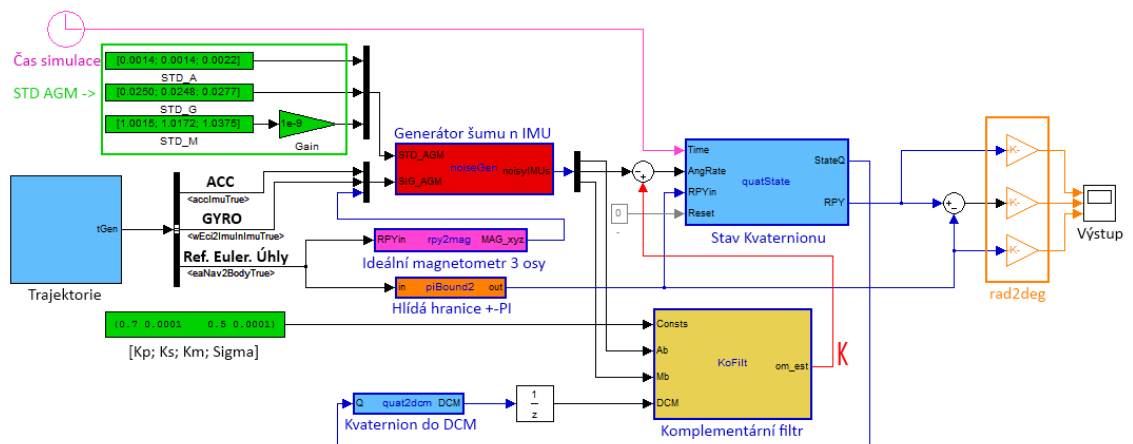
$$\mathbf{e}_n = v \mathbf{e}_a + k_m \mathbf{e}_m \quad (6.19)$$

$$\mathbf{e}_a = \left( \mathbf{R}_n^b \frac{\mathbf{g}_n}{\|\mathbf{g}_n\|} \right) \times \left( \frac{\mathbf{a}_b}{\|\mathbf{a}_b\|} \right) \quad (6.20)$$

$$\mathbf{e}_m = \left( \mathbf{R}_n^b \frac{\mathbf{m}_n}{\|\mathbf{m}_n\|} \right) \times \left( \frac{\mathbf{m}_b}{\|\mathbf{m}_b\|} \right) \quad (6.21)$$

$$v = e^{\frac{-(\|\mathbf{a}_b\| - g)^2}{\sigma}} \quad (6.22)$$

Na následujícím schématu (Obr. 6.16) je zobrazeno zapojení všech bloků pro otestování komplementárního filtru pro jedno IMU. Při rozpojení červeného spoje s označením K, funguje systém pouze z integrace úhlových rychlostí bez použití Komplementárního filtru. Zelené bloky s konstantami v levé horní části značí šумы jednotlivých senzorů. Zelený blok v levé dolní části obsahuje konstanty Komplementárního filtru.



Obr. 6.16 Zapojení bloku komplementárního filtru

Výhodou komplementárního filtru je relativně snadné nastavení jeho parametrů při znalosti základů navigačních senzorů. V tomto případě byly parametry nastaveny

nejprve hrubě odhadem a metodou „Monte Carlo“ doladěny přesněji. Již po 5 iteracích bylo dosaženo dobrých výsledků, konvergujících ke stálé hodnotě. Byly zvoleny dva parametry hodnocení kvality regulace. Prvním byla hodnota RMSE (Root Mean Square Error) rozdílu vypočteného ( $Sig_{sim}$ ) a referenčního signálu ( $Sig_{ref}$ ) - (viz (6.23)). Druhé kritérium byla nejvyšší odchylka absolutních hodnot rozdílu vypočteného a referenčního signálu. [26]

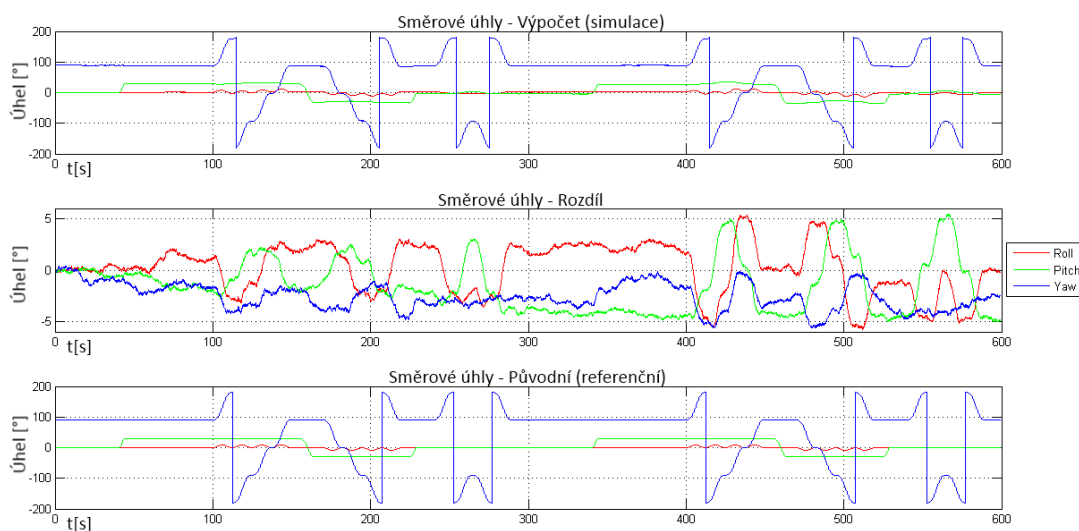
$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^n Err(i)^2}{n}} \quad \text{kde} \quad Err(i) = Sig_{sim}(i) - Sig_{ref}(i) \quad (6.23)$$

V následující tabulce (Tabulka 2) je uvedeno hodnocení výstupu bez korekce Komplementárním Filtrem a s použitím filtru (bez vazby K a s vazbou K z Obr. 6.16).

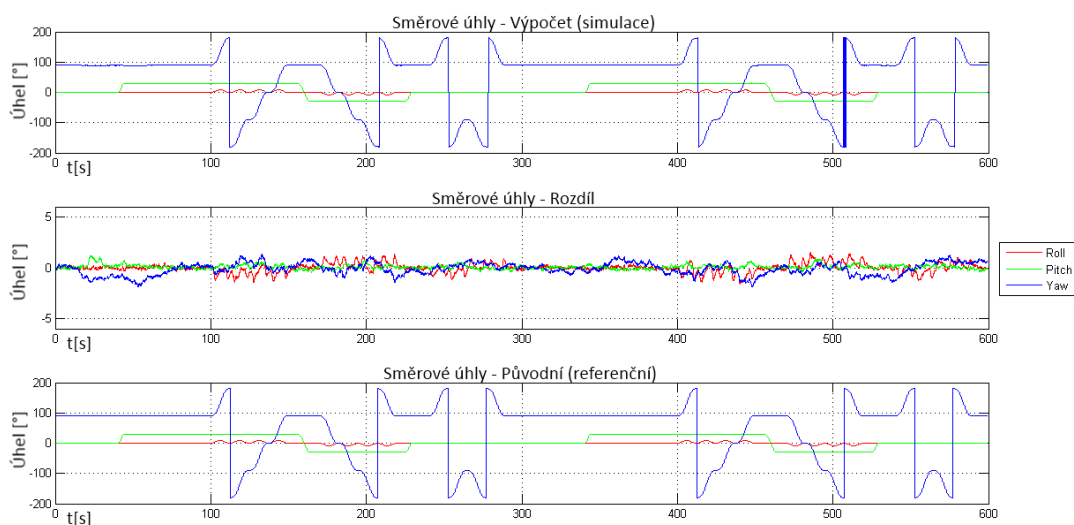
**Tabulka 2: Hodnocení simulace bez Komplementárního filtru a s použitím filtru**

Typ simulace	Kritérium	Roll (Náklon)	Pitch (Klopení)	Yaw (Kurs)
Bez filtru	RMSE	2.4141°	3.0039°	2.8874°
	Max <sub>abs</sub>	5.7405°	5.4399°	5.6411°
S filtrem	RMSE	0.4459°	0.2253°	0.6088°
	Max <sub>abs</sub>	1.6400°	1.1780°	1.9035°

Z tabulky je vidět zhruba pětinasobné zlepšení díky využití komplementárního filtru. Na následujících obrázcích jsou pak grafy znázorňující výstupy z osciloskopu pro oba případy.



**Obr. 6.17 Výstup polohových úhlů bez použití fúze senzorů (bez Komplementárního filtru)**



**Obr. 6.18 Výstup polohových úhlů s použitím fúze senzorů (s Komplementárním Filtrem)**

Stejně tak, jako v předchozích případech, je nejdůležitější prostřední graf, znázorňující rozdíl mezi vypočteným a skutečným řešením. I z grafů je vidět, přibližně pětinasobné zlepšení výsledků (osy zůstaly pro porovnání nezměněny). Pro další zlepšení se uvažuje využití více IMU se statistickou fúzí. Toto řešení je diskutováno v následující kapitole.

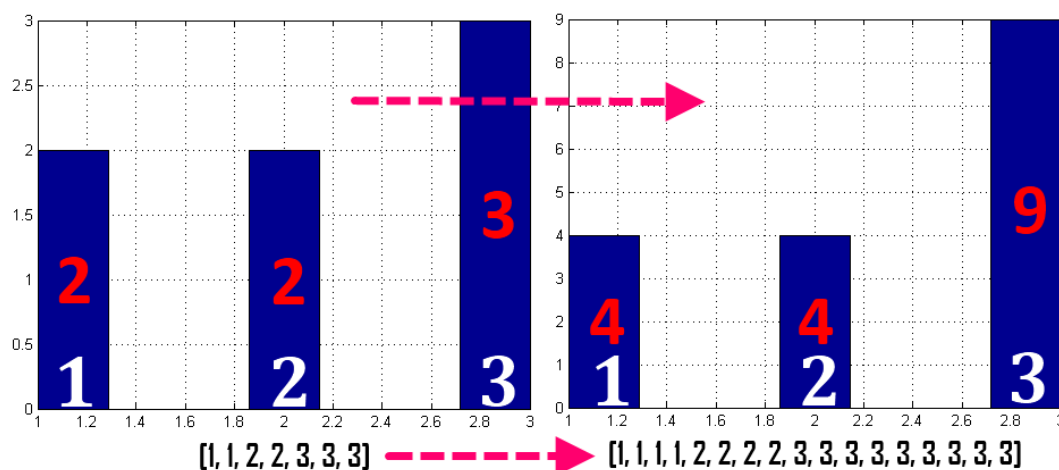
## 6.5 Využití více senzorů – statistické metody

V předchozích kapitolách byl diskutován návrh systému podle schématu na Obr. 6.1. Tato kapitola popisuje matematické principy pro využití více IMU dle schémat na obrázcích Obr. 5.3 a Obr. 5.4. Pro obě varianty jsou uvažovány zelené bloky s názvy „Prumer“, „Median“ a „Prumer – Histogram“.

Metoda prostého průměru je nejjednodušší variantou, avšak zahrnuje i řešení, která mohou obsahovat velké chyby. Medián je běžná statistická metoda, která vybírá optimální řešení z množiny dat seřazením a vybráním právě prostředního prvku (případně přibližně prostředního prvku v případě dvou prostředních prvků).

Asi nejzajímavějším blokem je „Prumer - Histogram“. Jedná se o metodu hledání nejpravděpodobnějšího okamžitého řešení, která byla vymyšlena autorem práce. Vychází se zde z předpokladu, že přesnější hodnoty budou s největší pravděpodobností kumulovány v užším intervalu, než je rozsah celého intervalu jednoho měření. Takové hodnoty by měly být uváženy při průměrování s větší váhou, než hodnoty vyskytující se samostatně, nebo v menších skupinkách. Z jednoho měření je tedy vytvořen histogram, kde dle četnosti hodnot v jednotlivých intervalech histogramu jsou odvozeny váhy pro vážený průměr.

Na následujícím obrázku je znázorněn princip celé metody. Z dat z jedné osy senzoru se vytvoří histogram o počtu skupin, jako je počet prvků. V každé skupině se pak sečtou všechny hodnoty ze senzoru a vynásobí se počtem prvků ve skupině. Poté se sečtou všechny tyto vynásobené hodnoty. Tento výsledek se podělí součtem druhých mocnin hodnot histogramu. Takto vznikne kvadratická závislost průměru hodnot v závislosti na jejich kumulování v intervalech. Jde zde tedy o rozšíření počtu hodnot ze senzoru podle toho, kolik se jich nachází v daných intervalech a jejich následné zprůměrování. Algoritmus této metody je k dispozici v příložené knihovně.



Obr. 6.19 Příklad využití histogramu pro vážení průměru

V následující kapitole pak budou popsány výsledky kombinací všech předchozích prvků popsanych v podkapitolách kapitoly 6. [19]

## 7 VLASTNÍ MĚŘENÍ

Cílem vlastního měření této práce je zjistit vliv použití více senzorů (IMU) na výstup systému AHRS. Nejprve bude zjištěno, do jaké míry ovlivní měření použití pouze více gyroskopů bez fúze s ostatními typy senzorů. Dále bude zkoumán vliv fúze více IMU do jednoho systému AHRS. Nakonec budou přivedena jednotlivá IMU k systémům AHRS a celková fúze bude provedena z jejich výstupů.

V průběhu realizace vlastního měření byla knihovna rozšířena o několik bloků. Autorem napsané funkce pro medián a průměr nahrazeny funkcemi přímo z knihovny prostředí Matlab. Další nové bloky byly vytvořeny zejména kvůli zpřehlednění samotného propojení v místech, kde se propojení opakuje pro více měření a je ho možné tak zjednodušit. Tyto bloky byly přidány do nového sloupce v autorem vytvořené knihovně od verze 1.2. Ve verzi 1.4 knihovny byly v prvním sloupci odstraněny bloky pro tvorbu více AHRS. Prvním důvodem tohoto kroku byl fakt, že se tyto bloky dají jednoduše vytvořit z bloku pro 1 IMU změnou konstanty. Druhým důvodem pak bylo vytvoření nového bloku „MultiSignal“, který umožňuje automatické spouštění modelů, včetně nastavení semínek šumů pro jednotlivé kanály. To je důležité pro generování automatických testů (simulací), aby byla zaručena jistá přesnost měření. Poslední verze knihovny je k dispozici v příloze.

Tak jak jsou uspořádány jednotlivé podkapitoly, tak byla provedena i jednotlivá měření. Nejprve byla měření provedena manuálně s použitím „červených bloků“ pro generaci daného počtu IMU včetně šumu, poté byla měření provedena automaticky s použitím nového bloku „MultiSignal“, do kterého se přivádí šum z generátoru pseudonáhodných čísel, kde je pro každé měření vygenerované náhodné složení semínek šumu s Gaussovským rozložením. Výsledky měření, která byla provedena manuálně, jsou k nalezení v příloze. Tyto výsledky zahrnují jak textové soubory charakterizující jednotlivá měření, tak grafy znázorňující jednotlivé průběhy signálů a schémata s příklady zapojení v prostředí simulink. Výsledky automatizovaných měření jsou uvedeny již přímo v práci (i v příloze). Prvním typem výstupu pro každé měření jsou grafy znázorňující závislost snížení chyby měření (rozdíl mezi simulovanou a ideální hodnotou) v závislosti na počtu použitých senzorů. Druhým typem výstupu jsou tabulky udávající procentuelní zlepšení v závislosti na počtu použitých senzorů. Pro každou použitou metodu (Průměr, Medián, Vážený průměr) je pak v každé podkapitole uveden jeden graf a tabulka. Ke každému typu měření (viz podkapitoly) je také uveden i graf srovnávající jednotlivé metody fúze.

Obrázek Obr. 7.1 znázorňuje schéma pro manuální měření pouze gyroskopy z  $X$  měřících jednotek. Jsou zde zakreslena i uspořádání bloků pro zpřehlednění měření. První blok (zobrazen vlevo) bere výstupy z jednotlivých os senzorů a dále na ně aplikuje danou metodu fúze (Průměr, Medián, Vážený průměr). Obrázek vpravo slouží k vytvoření výstupů v podobě hodnot na „osciloskopu“. Vstup „In 1“ značí vstup simulovaného signálu a vstup „In 2“ je vstup pro referenční signál. Z toho je pak na gyroskopu zobrazena referenční trajektorie, rozdíl mezi simulovaným a referenčním

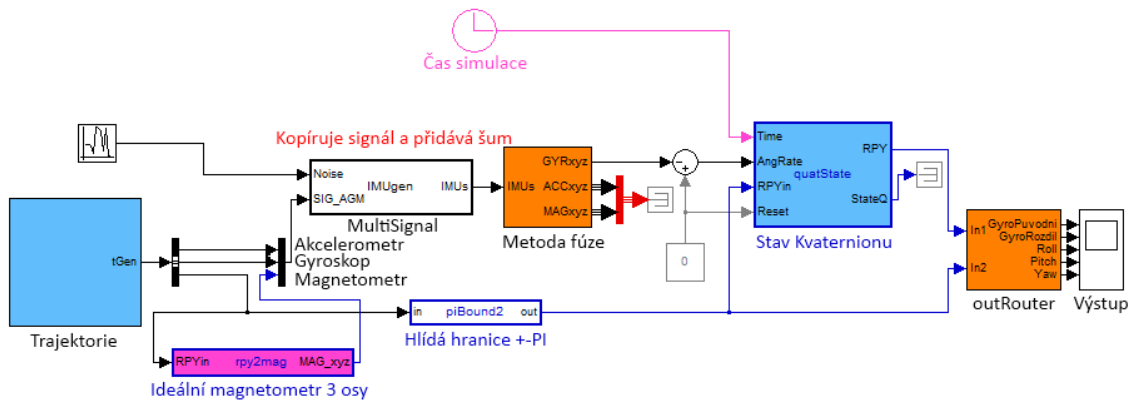
[illegible]

**Obr. 7.2 Změna bloku pro automatizovaná měření (testování)**



## 7.1 Využití více IMU bez Komplementárního filtru

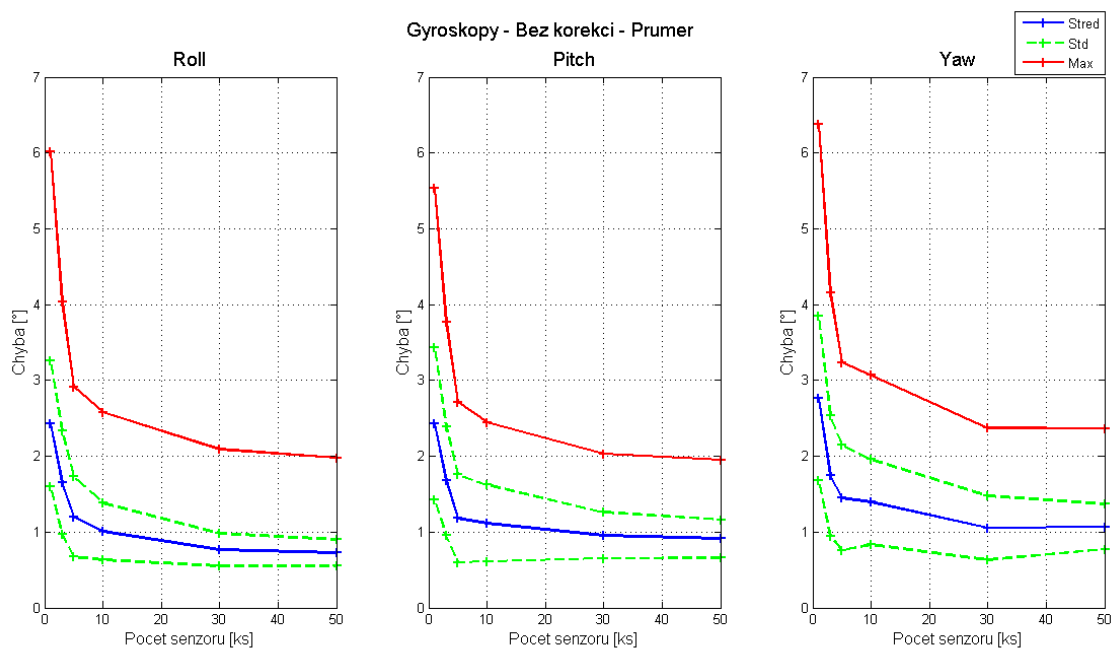
V této podkapitole jsou popsány dvě metody. První použitá metoda, je zobrazena na Obr. 7.3. Jde o využití pouze více gyroskopů bez korekcí vzájemného pohybu vztažných soustav (viz 6.3). Bylo provedeno 100 opakovaných měření s náhodně generovanými semínky šumů. Z těchto všech měření byla určena střední hodnota RMSE (Root Mean Square Error) a její směrodatná odchylka (STD). Dále pak byla určena i střední hodnota maximálních chyb těchto měření včetně její směrodatné odchylky. Všechny hodnoty jsou uvedeny v tabulkách (Tabulka 3, Tabulka 4, Tabulka 5), kde procentuelní zlepšení je počítáno dle vzorce (7.1). Je vhodné podotknout, že jako chyba (odchylka) je brán rozdíl mezi simulovaným a referenčním signálem Eulerových úhlů (viz výstup „GyroRozdily“ na Obr. 7.1). Následující tři grafy (Obr. 7.4, Obr. 7.5, Obr. 7.6) pak znázorňují závislosti chyby řešení na počtu použitých senzorů a metodě jejich fúze. V těchto grafech je znázorněna závislost střední hodnoty RMSE (modrá spojnice) a interval vymezený směrodatnou odchylkou RMSE (zelená přerušovaná spojnice). Červená spojnice pak značí střední hodnotu maximálních odchylek (chyb) pro dané počty senzorů. Po těchto třech grafech následuje graf (Obr. 7.7) srovnávající střední hodnoty RMSE jednotlivých metod fúze více senzorů.



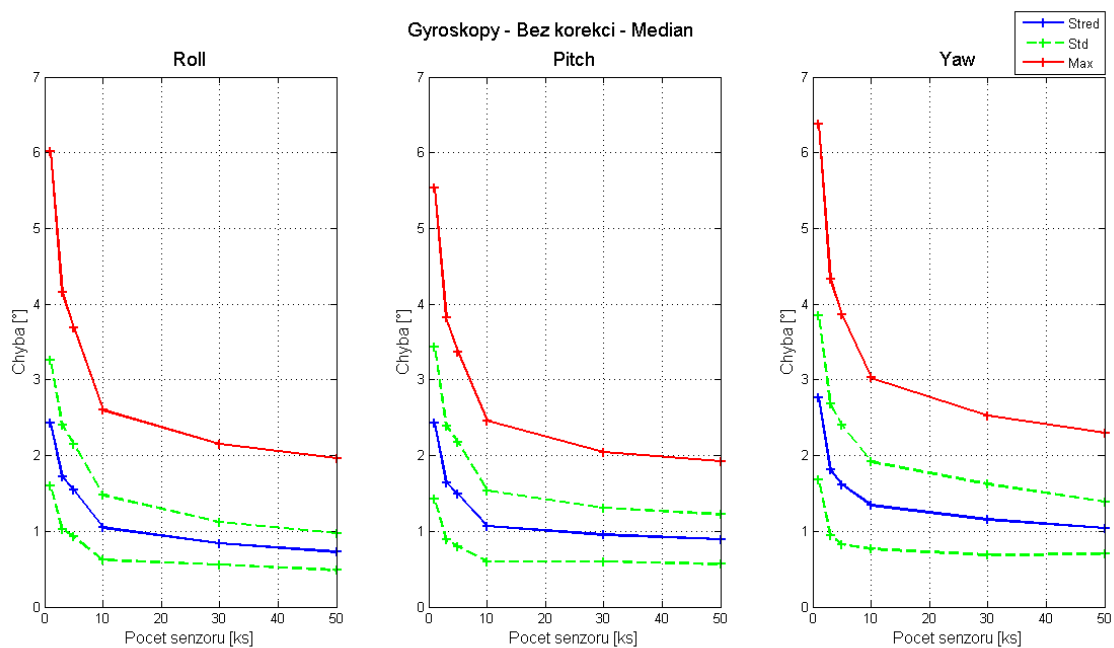
Obr. 7.3 Schéma simulace pro měření z více gyroskopů bez korekce vzájemného pohybu vztaž. s.

$$Zlepšení = - \frac{\sum_{RPY} \left( \frac{EA_{sim} - EA_{ref}}{EA_{ref}} \right)}{3} \cdot 100\% \quad (7.1)$$

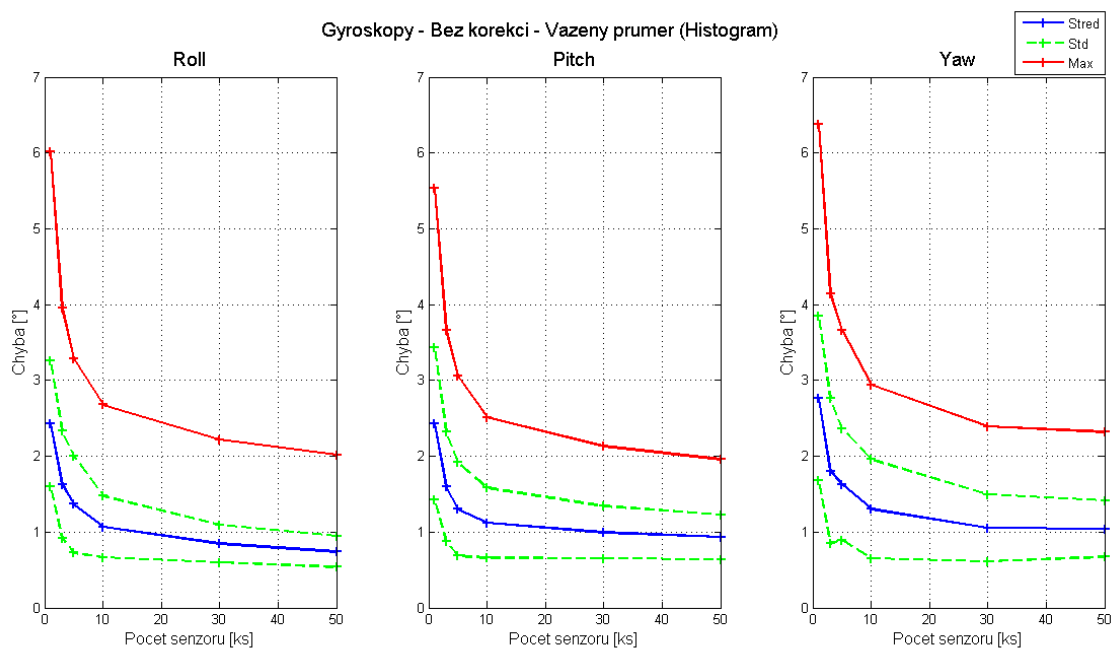
Ve vzorci (7.1) přísluší  $EA$  k jednotlivým Eulerovým úhlům. Jedná se tedy o průměrnou záporně vzatou relativní chybu měření, vyjadřující procentuelní zlepšení měření.



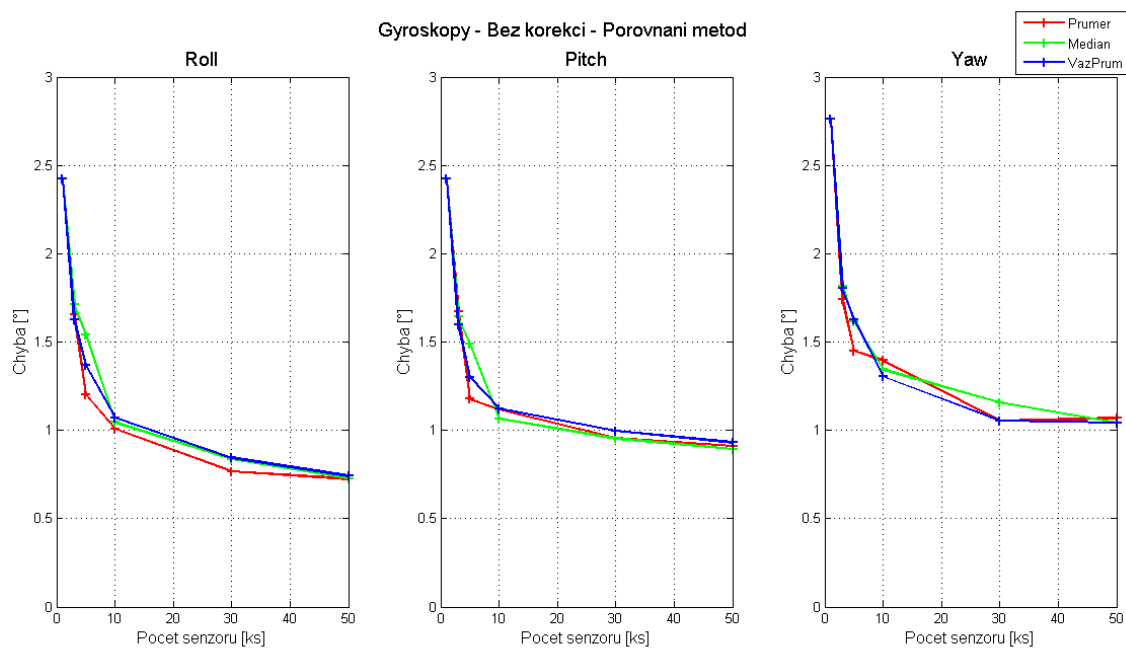
**Obr. 7.4 Závislost chyby řešení na počtu použitých gyroskopů bez korekce vzájemného pohybu  
vztažných soustav - fúze průměrem**



**Obr. 7.5 Závislost chyby řešení na počtu použitých gyroskopů bez korekce vzájemného pohybu  
vztažných soustav - fúze mediánem**



**Obr. 7.6 Závislost chyby řešení na počtu použitých gyroskopů bez korekce vzájemného pohybu vztažných soustav - fúze váženým průměrem**



**Obr. 7.7 Závislost chyby řešení na počtu použitých gyroskopů bez korekce vzájemného pohybu vztažných soustav - porovnání metod fúze**

Tabulka 3: Měření pouze gyroskopy – bez korekce vzájemné pozice vztažných soustav - průměr

Měření pouze gyroskopy - bez korekce vzájemné pozice VS							
Metoda: --- #Senzorů: 1 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	2.4261	2.4244	2.7629	0.0%	0.0%
	Std.		0.8310	1.0041	1.0857		
Max Err.	Střed.		6.0098	5.5358	6.3805	0.0%	
	Std.		1.9998	1.8490	2.0468		
Metoda: Průměr #Senzorů: 3 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	1.6564	1.6732	1.7403	33.2%	33.2%
	Std.		0.6801	0.7165	0.7908		
Max Err.	Střed.		4.0287	3.7729	4.1539	33.2%	
	Std.		1.5129	1.4207	1.5940		
Metoda: Průměr #Senzorů: 5 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	1.1998	1.1785	1.4499	49.8%	50.2%
	Std.		0.5290	0.5788	0.6923		
Max Err.	Střed.		2.9139	2.7110	3.2344	50.6%	
	Std.		1.2203	1.1397	1.1222		
Metoda: Průměr #Senzorů: 10 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	1.0076	1.1174	1.3963	53.9%	54.5%
	Std.		0.3761	0.5027	0.5626		
Max Err.	Střed.		2.5791	2.4436	3.0656	55.0%	
	Std.		0.9450	0.8881	1.0089		
Metoda: Průměr #Senzorů: 30 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.7678	0.9568	1.0539	63.6%	63.7%
	Std.		0.2142	0.3014	0.4247		
Max Err.	Střed.		2.0938	2.0322	2.3729	63.8%	
	Std.		0.5756	0.5897	0.6726		
Metoda: Průměr #Senzorů: 50 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.7251	0.9120	1.0692	64.6%	64.8%
	Std.		0.1748	0.2521	0.2977		
Max Err.	Střed.		1.9806	1.9503	2.3652	64.9%	
	Std.		0.5006	0.5054	0.5268		

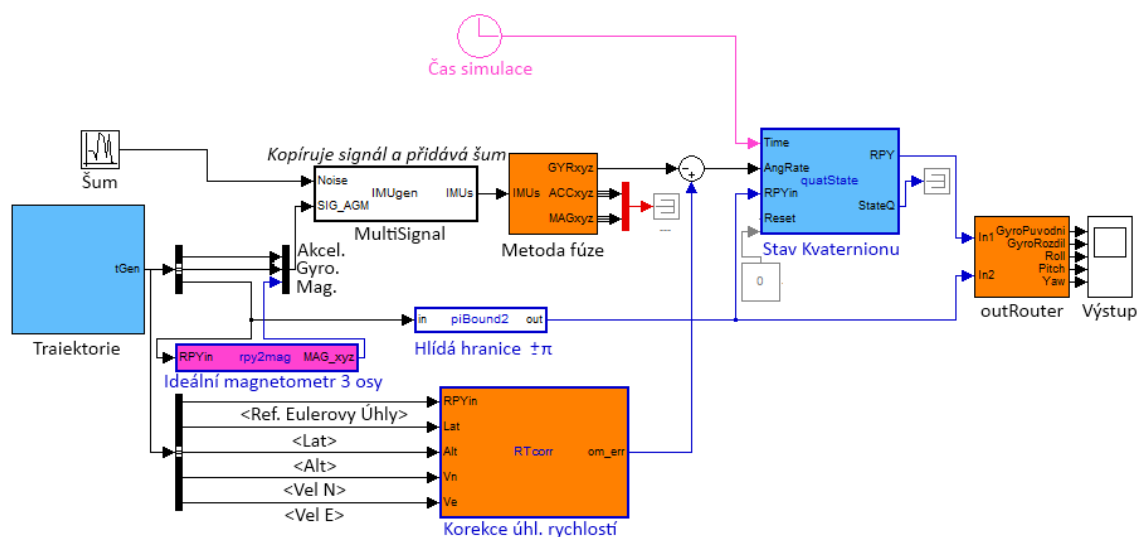
Tabulka 4: Měření pouze gyroskopy – bez korekce vzájemné pozice vztažných soustav - medián

Měření pouze gyroskopy - bez korekce vzájemné pozice VS							
Metoda: --- #Senzorů: 1 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	2.4261	2.4244	2.7629	0.0%	0.0%
	Std.		0.8310	1.0041	1.0857		
Max Err.	Střed.		6.0098	5.5358	6.3805	0.0%	
	Std.		1.9998	1.8490	2.0468		
Metoda: Medián #Senzorů: 3 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	1.7144	1.6409	1.8135	32.0%	31.7%
	Std.		0.6867	0.7544	0.8713		
Max Err.	Střed.		4.1599	3.8174	4.3318	31.3%	
	Std.		1.5461	1.4340	1.5597		
Metoda: Medián #Senzorů: 5 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	1.5414	1.4882	1.6130	38.9%	39.0%
	Std.		0.6128	0.6890	0.7845		
Max Err.	Střed.		3.6938	3.3687	3.8574	39.1%	
	Std.		1.3485	1.2427	1.4390		
Metoda: Medián #Senzorů: 10 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	1.0462	1.0665	1.3435	54.8%	54.9%
	Std.		0.4291	0.4687	0.5760		
Max Err.	Střed.		2.6022	2.4595	3.0254	55.0%	
	Std.		0.9840	0.9298	1.0082		
Metoda: Medián #Senzorů: 30 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.8367	0.9529	1.1559	61.5%	62.0%
	Std.		0.2810	0.3536	0.4674		
Max Err.	Střed.		2.1532	2.0457	2.5229	62.6%	
	Std.		0.6812	0.6651	0.7718		
Metoda: Medián #Senzorů: 50 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.7281	0.8943	1.0436	65.1%	65.3%
	Std.		0.2458	0.3273	0.3458		
Max Err.	Střed.		1.9642	1.9269	2.2981	65.5%	
	Std.		0.6444	0.6209	0.6019		

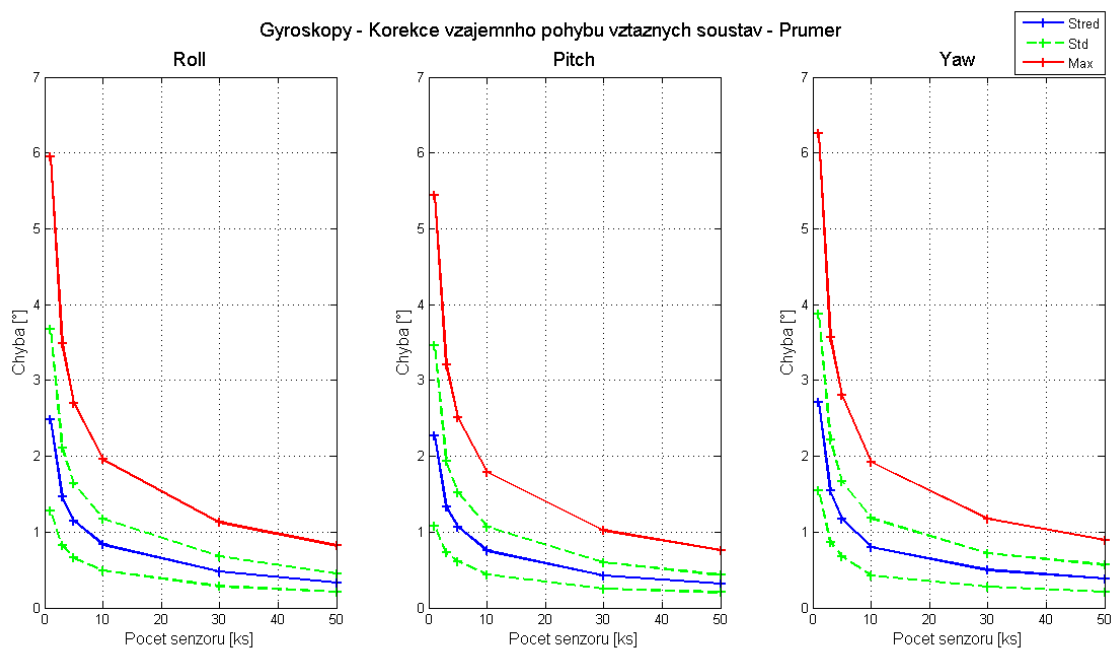
Tabulka 5: Měření pouze gyroskopy – bez korekce vzájemné pozice vztažných soustav – váž. prům.

Měření pouze gyroskopy - bez korekce vzájemné pozice VS							
Metoda: --- #Senzorů: 1 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	2.4261	2.4244	2.7629	0.0%	0.0%
	Std.		0.8310	1.0041	1.0857		
Max Err.	Střed.		6.0098	5.5358	6.3805	0.0%	
	Std.		1.9998	1.8490	2.0468		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 3 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	1.6270	1.5980	1.8037	33.9%	34.1%
	Std.		0.7062	0.7261	0.9572		
Max Err.	Střed.		3.9607	3.6549	4.1427	34.4%	
	Std.		1.5172	1.4425	1.6685		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 5 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	1.3662	1.3010	1.6279	43.7%	44.0%
	Std.		0.6405	0.6134	0.7356		
Max Err.	Střed.		3.2817	3.0547	3.6655	44.3%	
	Std.		1.3149	1.2347	1.3111		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 10 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	1.0707	1.1223	1.3048	54.1%	54.4%
	Std.		0.4037	0.4616	0.6551		
Max Err.	Střed.		2.6769	2.5130	2.9445	54.6%	
	Std.		0.9167	0.8743	1.1268		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 30 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.8446	0.9961	1.0546	62.0%	62.2%
	Std.		0.2479	0.3456	0.4433		
Max Err.	Střed.		2.2174	2.1324	2.3924	62.4%	
	Std.		0.6779	0.6215	0.8062		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 50 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.7410	0.9314	1.0420	64.4%	64.7%
	Std.		0.2031	0.2951	0.3712		
Max Err.	Střed.		2.0191	1.9587	2.3180	64.9%	
	Std.		0.5607	0.5678	0.6778		

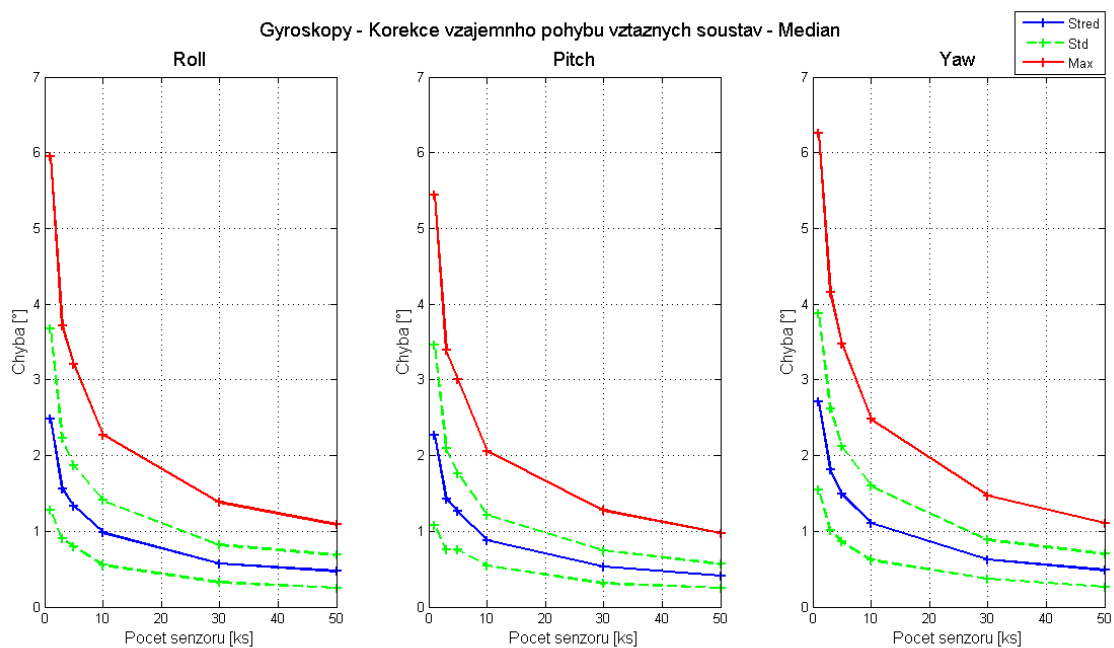
Z předchozích grafů a tabulek, je patrné že s použitím více senzorů se výsledek zlepšuje a podobá se kladné formě lomené funkce. Nejprve se RMSE rapidně zmenšuje a následně pomalu konverguje ke konstantní hodnotě. Směrodatná odchylka RMSE a maximální chyba se také s počtem senzorů postupně snižuje. V tomto případě jsou si průběhy poměrně podobné, přičemž metoda průměru má ze začátku největší strmost. K tomu je metoda průměru výpočetně nejrychlejší. V tomto měření je však konstanta, ke které RMSE konverguje poměrně vysoká vlivem absence korekcí vzájemného pohybu vztažných soustav (inerciální a LLF). Z tohoto důvodu byla v rámci této podkapitoly zrealizována i měření s korekcí vzájemného pohybu vztažných soustav. Pro toto měření byly stanoveny stejné podmínky jako pro předchozí (100 opakování s náhodnými semínky šumu), ale byl použit jiný model, který je zobrazen na následujícím schématu. Pod schématem jsou rovněž uvedeny srovnávací grafy a tabulky.



Obr. 7.8 Schéma simulace pro měření z více gyroskopů s korekcí vzájemného pohybu vztaž. s.

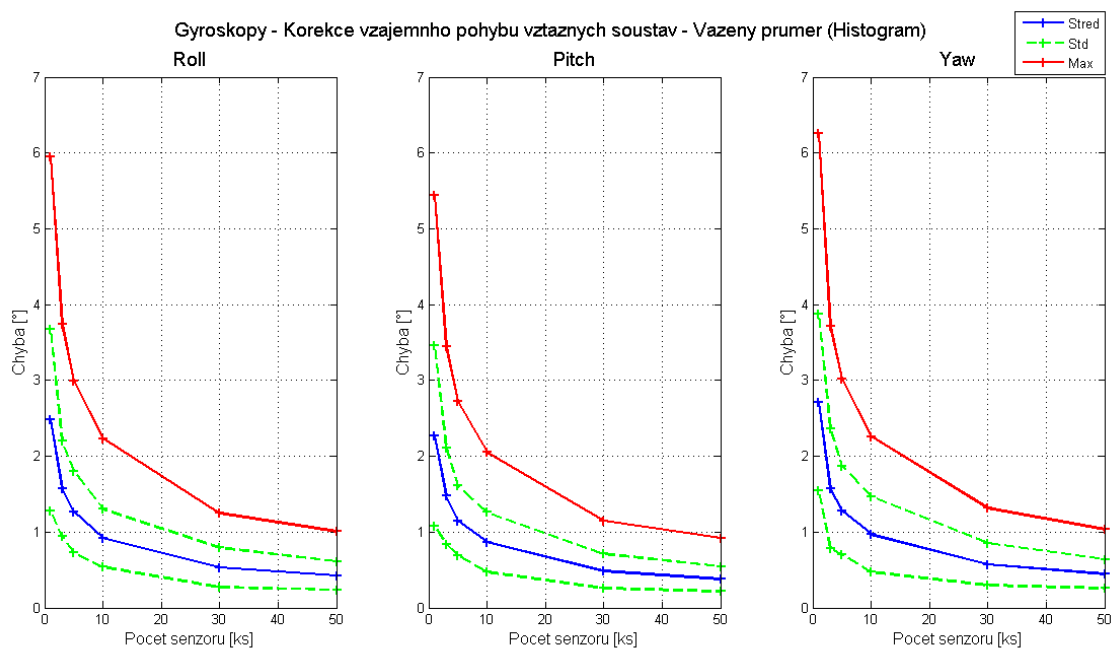


**Obr. 7.9 Závislost chyby řešení na počtu použitých gyroskopů s korekcí vzájemného pohybu vztazných soustav - Fúze průměrem**

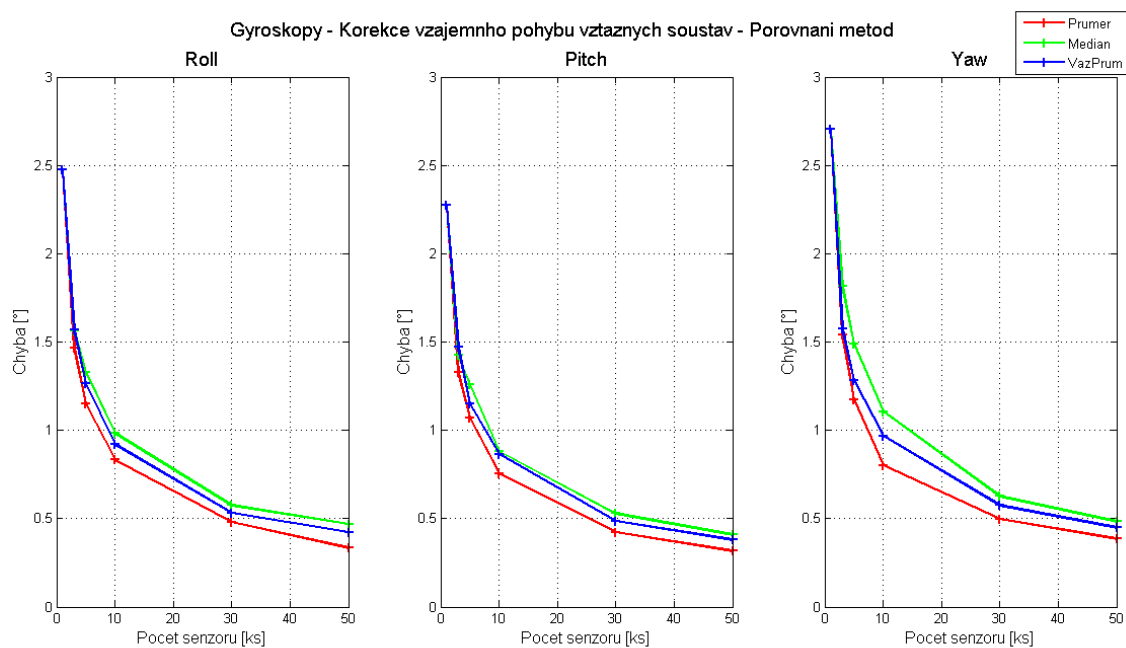


**Obr. 7.10 Závislost chyby řešení na počtu použitých gyroskopů s korekcí vzájemného pohybu vztazných soustav - Fúze mediánem**





**Obr. 7.11 Závislost chyby řešení na počtu použitých gyroskopů s korekcí vzájemného pohybu vztazných soustav - Fúze váženým průměrem**



**Obr. 7.12 Závislost chyby řešení na počtu použitých gyroskopů s korekcí vzájemného pohybu vztazných soustav - Porovnání metod**

Tabulka 6: Měření pouze gyroskopy – s korekcí vzájemné pozice vztažných soustav – Průměr

Měření pouze gyroskopy - s korekcí vzájemné pozice VS							
Metoda: --- #Senzorů: 1 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	2.4761	2.2741	2.7067	0.0%	0.0%
	Std.		1.1980	1.1920	1.1654		
Max Err.	Střed.		5.9520	5.4426	6.2513	0.0%	
	Std.		2.4344	2.2420	2.2505		
Metoda: Průměr #Senzorů: 3 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	1.4667	1.3271	1.5399	41.8%	41.8%
	Std.		0.6429	0.6041	0.6734		
Max Err.	Střed.		3.4840	3.2025	3.5678	41.9%	
	Std.		1.3321	1.2104	1.2187		
Metoda: Průměr #Senzorů: 5 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	1.1489	1.0682	1.1739	54.4%	54.5%
	Std.		0.4878	0.4548	0.4920		
Max Err.	Střed.		2.7013	2.5048	2.8004	54.6%	
	Std.		0.9400	0.9028	0.8841		
Metoda: Průměr #Senzorů: 10 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.8334	0.7545	0.8021	67.8%	67.8%
	Std.		0.3431	0.3157	0.3785		
Max Err.	Střed.		1.9596	1.7862	1.9205	67.8%	
	Std.		0.6771	0.6328	0.7425		
Metoda: Průměr #Senzorů: 30 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4806	0.4241	0.4979	81.2%	81.2%
	Std.		0.1988	0.1735	0.2190		
Max Err.	Střed.		1.1269	1.0236	1.1721	81.2%	
	Std.		0.3868	0.3622	0.4144		
Metoda: Průměr #Senzorů: 50 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.3339	0.3172	0.3860	86.1%	86.0%
	Std.		0.1207	0.1131	0.1765		
Max Err.	Střed.		0.8215	0.7613	0.8965	86.0%	
	Std.		0.2493	0.2291	0.3059		

Tabulka 7: Měření pouze gyroskopy – s korekcí vzájemné pozice vztažných soustav – Medián

Měření pouze gyroskopy - s korekcí vzájemné pozice VS							
Metoda: --- #Senzorů: 1 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	2.4761	2.2741	2.7067	0.0%	0.0%
	Std.		1.1980	1.1920	1.1654		
Max Err.	Střed.		5.9520	5.4426	6.2513	0.0%	
	Std.		2.4344	2.2420	2.2505		
Metoda: Medián #Senzorů: 3 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	1.5617	1.4257	1.8155	35.7%	36.0%
	Std.		0.6601	0.6687	0.8022		
Max Err.	Střed.		3.7103	3.3940	4.1519	36.3%	
	Std.		1.3666	1.2904	1.4133		
Metoda: Medián #Senzorů: 5 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	1.3304	1.2588	1.4896	45.3%	45.2%
	Std.		0.5348	0.5032	0.6283		
Max Err.	Střed.		3.2097	2.9995	3.4769	45.1%	
	Std.		1.0380	1.0126	1.1777		
Metoda: Medián #Senzorů: 10 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.9824	0.8804	1.1054	60.3%	60.9%
	Std.		0.4292	0.3318	0.4881		
Max Err.	Střed.		2.2697	2.0555	2.4770	61.5%	
	Std.		0.7515	0.6928	0.8512		
Metoda: Medián #Senzorů: 30 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.5751	0.5289	0.6274	76.8%	76.7%
	Std.		0.2474	0.2177	0.2565		
Max Err.	Střed.		1.3817	1.2722	1.4673	76.6%	
	Std.		0.4965	0.4612	0.4717		
Metoda: Medián #Senzorů: 50 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4702	0.4085	0.4825	81.7%	81.9%
	Std.		0.2174	0.1602	0.2168		
Max Err.	Střed.		1.0874	0.9733	1.1107	82.0%	
	Std.		0.4126	0.3607	0.3619		

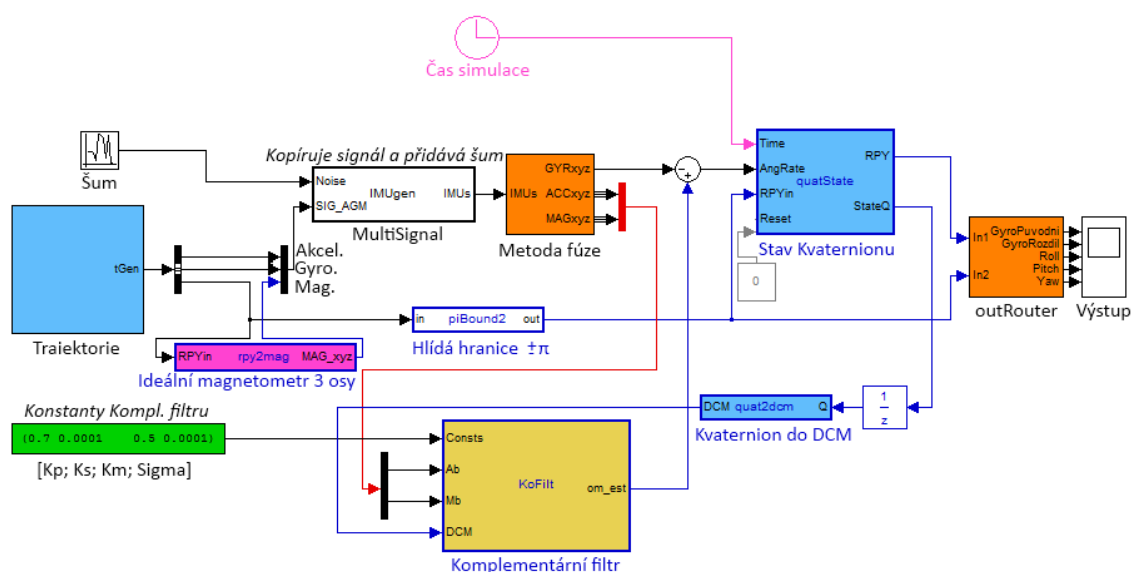
Tabulka 8: Měření pouze gyroskopy – s korekcí vzájemné pozice vztažných soustav – Váž. Prům.

Měření pouze gyroskopy - s korekcí vzájemné pozice VS							
Metoda: --- #Senzorů: 1 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	2.4761	2.2741	2.7067	0.0%	0.0%
	Std.		1.1980	1.1920	1.1654		
Max Err.	Střed.		5.9520	5.4426	6.2513	0.0%	
	Std.		2.4344	2.2420	2.2505		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 3 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	1.5714	1.4739	1.5752	37.8%	38.0%
	Std.		0.6288	0.6320	0.7917		
Max Err.	Střed.		3.7472	3.4522	3.7126	38.1%	
	Std.		1.2772	1.2044	1.4561		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 5 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	1.2650	1.1492	1.2846	50.3%	50.4%
	Std.		0.5408	0.4576	0.5827		
Max Err.	Střed.		2.9907	2.7190	3.0149	50.5%	
	Std.		1.0133	0.9221	0.9724		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 10 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.9188	0.8653	0.9692	63.0%	63.0%
	Std.		0.3829	0.3947	0.4995		
Max Err.	Střed.		2.2301	2.0495	2.2576	62.9%	
	Std.		0.7779	0.7542	0.8718		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 30 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.5314	0.4860	0.5748	78.6%	78.8%
	Std.		0.2617	0.2256	0.2782		
Max Err.	Střed.		1.2468	1.1481	1.3143	79.0%	
	Std.		0.4838	0.4694	0.4694		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 50 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4229	0.3810	0.4477	83.2%	83.2%
	Std.		0.1875	0.1662	0.1882		
Max Err.	Střed.		1.0057	0.9189	1.0367	83.2%	
	Std.		0.3680	0.3363	0.3457		

Z předchozích grafů a tabulek vyplývá, že neoptimálnější metodou pro fúzi z více gyroskopů je průměr a to zejména díky rychlému klesání křivky ihned na počátku a nejjednodušší implementace. Z tvarů průběhů závislosti RMSE na počtu použitých senzorů je možné odhadnout, že v předchozích konfiguracích je vhodné použít od 3 do 10 senzorů v závislosti na jejich ceně. Velmi slibně vypadají i průběhy váženého průměru, ale jeho algoritmus je bohužel nejsložitější.

## 7.2 Využití více IMU s Komplementárním filtrem

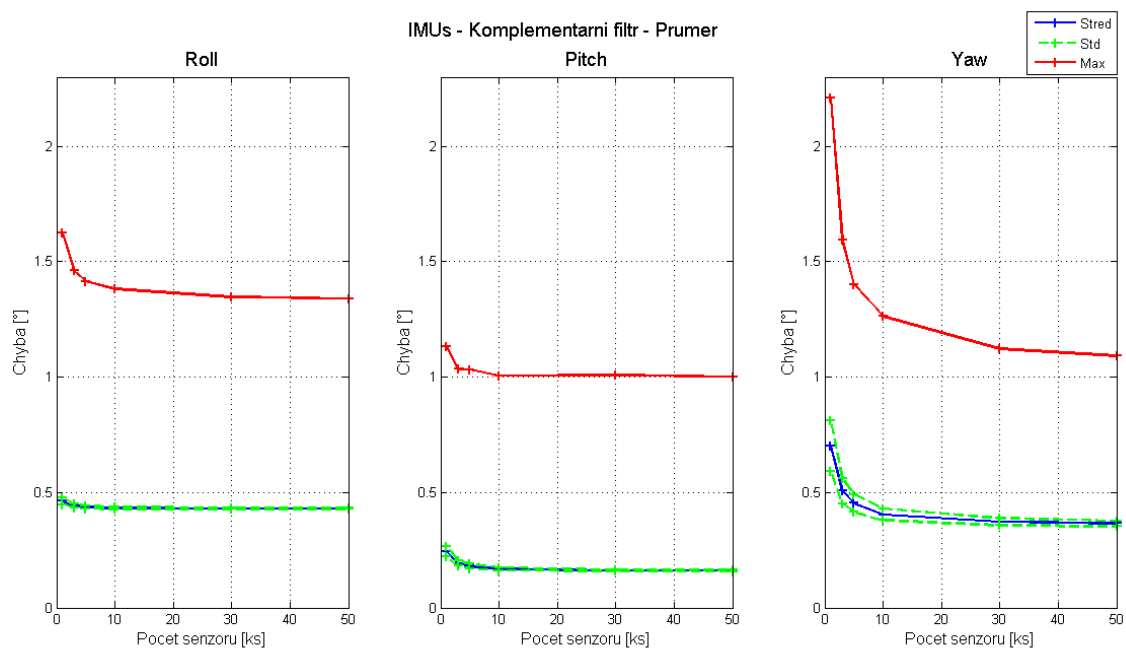
Předchozí dvě měření byla zaměřena na pozorování zlepšení měření na základě využití více senzorů pouze jednoho typu. V tomto měření je použit komplementární filtr, který byl blíže probrán v kapitole 6.4. Pomocí tohoto filtru jsou fúzovány rozdílné typy senzorů z IMU z pohledu „důvěryhodnosti“ jejich hodnot v jednotlivých frekvenčních oblastech. Při realizaci v této části práce je využito více IMU, která jsou statistickými metodami fúzována na podobu jednoho imaginárního IMU. To je pak vstupem do bloků reprezentujících integraci a stav kvaternionu a zároveň na vstup komplementárního filtru. Na následujícím obrázku je zobrazeno schéma zapojení bloků z autorem vytvořené knihovny pro dané měření.



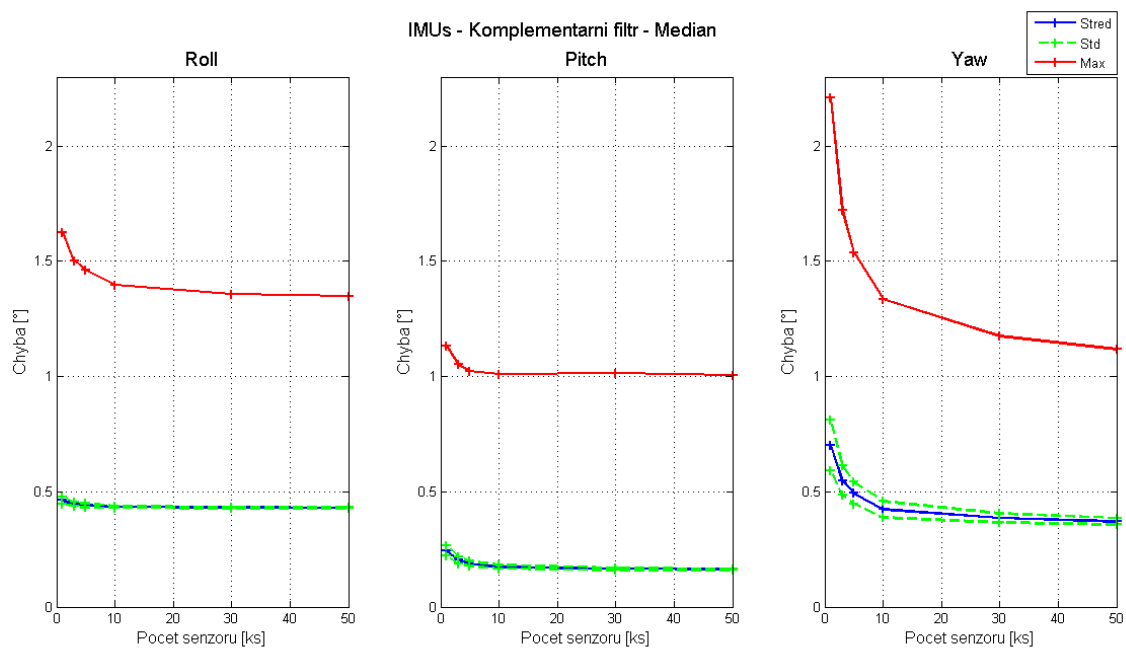
Obr. 7.13 Schéma simulace pro měření z více IMU s použitím Komplementárního filtru

Tak jako v předchozích dvou případech i zde bylo provedeno 100 opakovaných měření, ze kterých byla zjištěna chyba v podobě průměrného RMSE, jeho rozptyl, maximální chyba a maximální absolutní hodnota RMSE. Tyto hodnoty jsou uvedeny v tabulkách, včetně výpočtu zlepšení dle vzorce (7.1). Stejně tak jsou uvedeny i 3 grafy pro jednotlivé statistické metody fúze a jeden graf obsahující porovnání středních hodnot RMSE ze všech měření.

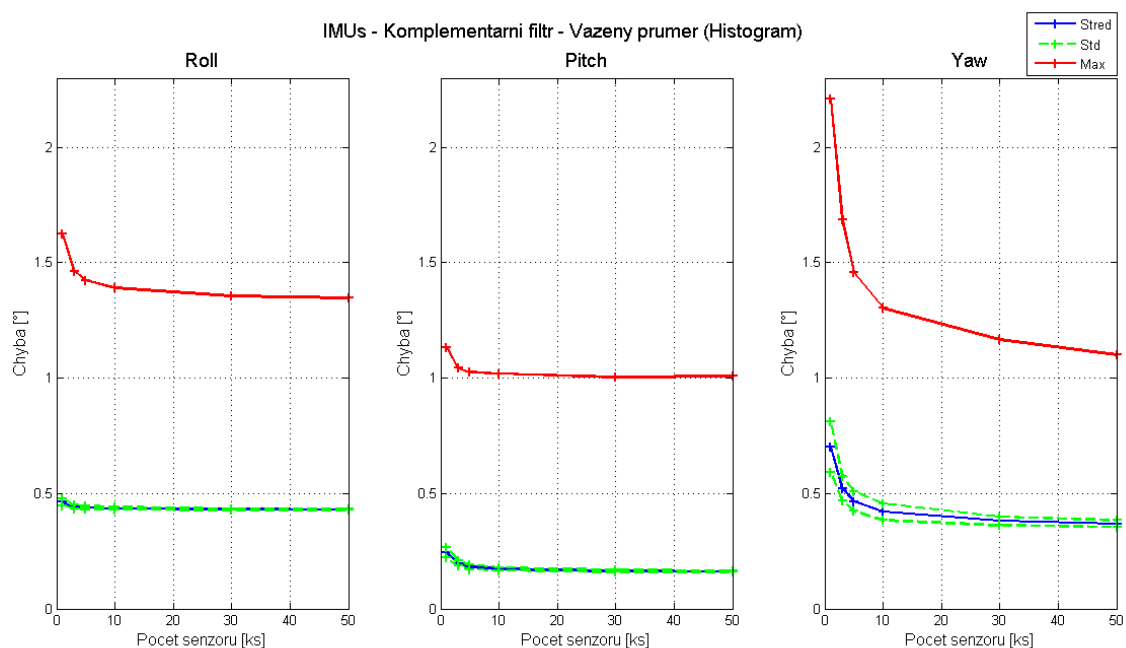
V tomto případě je vhodné si povšimnout faktu, že komplementární filtr potlačuje chyby měření do značné míry sám o sobě a tak se zlepšení neprojevuje tak viditelně, jako v předchozích dvou případech. Na druhou stranu je vliv použití senzorů stále patrný a průběh pozorovaných závislostí je také stejného typu. Nejlépe je pak pozorovatelný vliv použití více senzorů v ose Z, která je nejvíce ovlivněna nekompensováním rotací a translací (vzájemným pohybem) vztažných soustav.



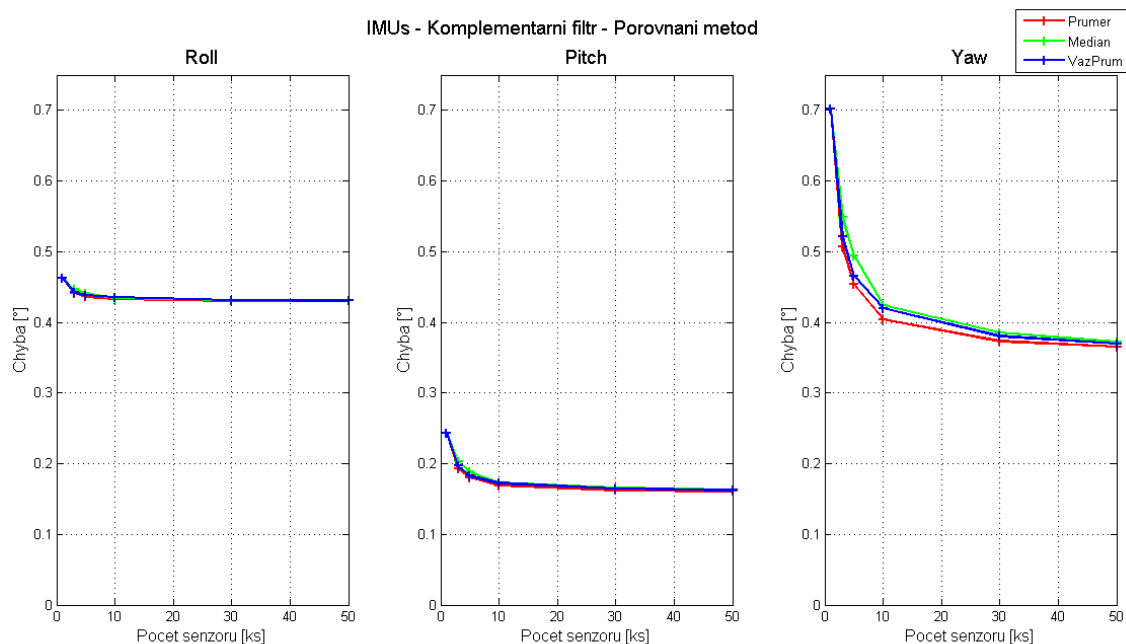
**Obr. 7.14 Závislost chyby řešení na počtu použitých IMU s použitím komplementárního filtru -  
fúze IMU: Průměr**



**Obr. 7.15 Závislost chyby řešení na počtu použitých IMU s použitím komplementárního filtru -  
fúze IMU: Medián**



**Obr. 7.16** Závislost chyby řešení na počtu použitých IMU s použitím komplementárního filtru -  
fúze IMU: Vážený průměr



**Obr. 7.17** Závislost chyby řešení na počtu použitých IMU s použitím komplementárního filtru -  
Porovnání metod fúze IMU

Tabulka 9: Měření s více IMU a použitím Komplementárního filtru – Průměr

Měření n-IMU - 1 AHRS - Komplementární filtr							
Metoda: --- #Senzorů: 1 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4628	0.2434	0.7026	0.0%	0.0%
	Std.		0.0159	0.0235	0.1089		
Max Err.	Střed.		1.6263	1.1331	2.2079	0.0%	
	Std.		0.1123	0.1552	0.4009		
Metoda: Průměr #Senzorů: 3 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4413	0.1925	0.5069	17.8%	16.7%
	Std.		0.0077	0.0115	0.0553		
Max Err.	Střed.		1.4610	1.0346	1.5949	15.5%	
	Std.		0.0726	0.0904	0.2274		
Metoda: Průměr #Senzorů: 5 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4364	0.1806	0.4534	22.3%	20.9%
	Std.		0.0065	0.0093	0.0379		
Max Err.	Střed.		1.4160	1.0321	1.4015	19.5%	
	Std.		0.0474	0.0696	0.2007		
Metoda: Průměr #Senzorů: 10 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4329	0.1688	0.4038	26.6%	24.8%
	Std.		0.0045	0.0061	0.0255		
Max Err.	Střed.		1.3811	1.0063	1.2625	23.0%	
	Std.		0.0419	0.0533	0.1517		
Metoda: Průměr #Senzorů: 30 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4306	0.1625	0.3729	29.0%	27.4%
	Std.		0.0026	0.0037	0.0161		
Max Err.	Střed.		1.3474	1.0088	1.1234	25.7%	
	Std.		0.0232	0.0282	0.0945		
Metoda: Průměr #Senzorů: 50 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4305	0.1611	0.3653	29.6%	28.1%
	Std.		0.0021	0.0033	0.0128		
Max Err.	Střed.		1.3405	1.0017	1.0927	26.6%	
	Std.		0.0205	0.0276	0.0798		



Tabulka 10: Měření s více IMU a použitím Komplementárního filtru – Medián

Měření n-IMU - 1 AHRS - Komplementární filtr							
Metoda: --- #Senzorů: 1 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4628	0.2434	0.7026	0.0%	0.0%
	Std.		0.0159	0.0235	0.1089		
Max Err.	Střed.		1.6263	1.1331	2.2079	0.0%	
	Std.		0.1123	0.1552	0.4009		
Metoda: Medián #Senzorů: 3 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4462	0.2032	0.5487	14.0%	13.1%
	Std.		0.0087	0.0156	0.0634		
Max Err.	Střed.		1.5016	1.0529	1.7234	12.2%	
	Std.		0.0759	0.1119	0.2808		
Metoda: Medián #Senzorů: 5 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4407	0.1880	0.4944	19.1%	17.9%
	Std.		0.0085	0.0108	0.0467		
Max Err.	Střed.		1.4620	1.0244	1.5376	16.7%	
	Std.		0.0595	0.0897	0.2190		
Metoda: Medián #Senzorů: 10 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4345	0.1734	0.4239	24.9%	23.2%
	Std.		0.0052	0.0076	0.0354		
Max Err.	Střed.		1.3975	1.0099	1.3360	21.5%	
	Std.		0.0501	0.0589	0.1838		
Metoda: Medián #Senzorů: 30 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4311	0.1651	0.3856	28.1%	26.3%
	Std.		0.0028	0.0055	0.0204		
Max Err.	Střed.		1.3567	1.0158	1.1752	24.6%	
	Std.		0.0310	0.0333	0.1088		
Metoda: Medián #Senzorů: 50 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4308	0.1628	0.3715	29.1%	27.5%
	Std.		0.0025	0.0035	0.0143		
Max Err.	Střed.		1.3492	1.0064	1.1186	25.9%	
	Std.		0.0267	0.0337	0.0914		

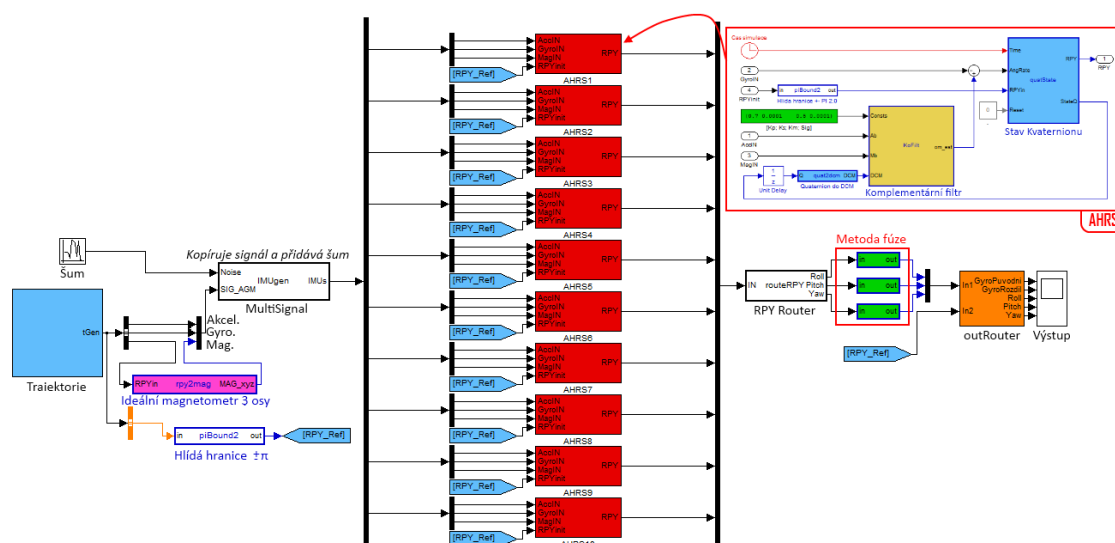
Tabulka 11: Měření s více IMU a použitím Komplementárního filtru – Vážený Průměr

Měření n-IMU - 1 AHRS - Komplementární filtr							
Metoda: --- #Senzorů: 1 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4628	0.2434	0.7026	0.0%	0.0%
	Std.		0.0159	0.0235	0.1089		
Max Err.	Střed.		1.6263	1.1331	2.2079	0.0%	
	Std.		0.1123	0.1552	0.4009		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 3 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4418	0.1966	0.5212	16.5%	15.2%
	Std.		0.0085	0.0116	0.0520		
Max Err.	Střed.		1.4627	1.0441	1.6886	13.8%	
	Std.		0.0730	0.0911	0.2820		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 5 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4383	0.1824	0.4659	21.3%	20.0%
	Std.		0.0072	0.0109	0.0434		
Max Err.	Střed.		1.4246	1.0262	1.4576	18.6%	
	Std.		0.0591	0.0722	0.2086		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 10 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4352	0.1724	0.4201	25.1%	23.5%
	Std.		0.0046	0.0067	0.0356		
Max Err.	Střed.		1.3918	1.0183	1.3021	21.9%	
	Std.		0.0402	0.0577	0.1908		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 30 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4314	0.1642	0.3804	28.4%	26.7%
	Std.		0.0027	0.0047	0.0181		
Max Err.	Střed.		1.3565	1.0032	1.1672	25.1%	
	Std.		0.0270	0.0333	0.1140		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 50 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4308	0.1622	0.3693	29.2%	27.7%
	Std.		0.0023	0.0036	0.0133		
Max Err.	Střed.		1.3459	1.0077	1.0996	26.2%	
	Std.		0.0218	0.0275	0.0787		

Jak již bylo zmíněno na začátku podkapitoly, již samotný komplementární filtr značně snížil hodnotu chyby a tak procentuelní zlepšení oproti použití jednoho IMU není tak velké. Na druhou stranu je chyba oproti použití samotných gyroskopů (bez korekce) poloviční. A díky použití více senzorů je i rozptyl chyb minimální. Nejlepší metodou fúze více stejných typů senzorů byl opět průměr v rozsahu 3 až 10 senzorů, přičemž výsledná konfigurace by záležela opět na ceně senzoru.

## 7.3 Využití více AHRS s následnou filtrací

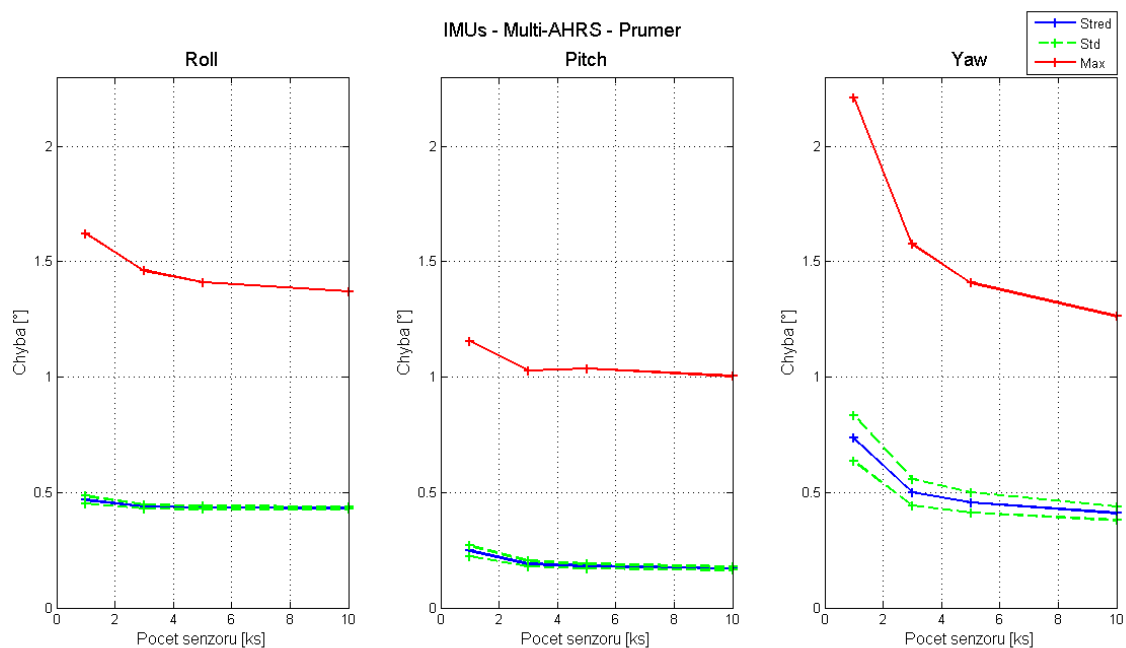
Poslední navržené řešení využití více senzorů, které je řešeno v této podkapitole, vychází z předpokladu využití fúze z více AHRS. To je znázorněno na obrázku Obr. 5.4 nebo jako fúze na schématu Obr. 6.1 v bodě B. Jelikož se jedná o výpočetně náročnou operaci a i v reálném použití by nemělo cenu využívat více než 10 AHRS, bylo v tomto případě provedeno měření pouze pro tyto počty senzorů: 1, 3, 5, 10. Měření bylo, stejně jako v předchozích případech, provedeno 100krát a jeho hodnocení vychází ze stejných kritérií. Tj. z grafů a tabulek, které obsahují závislosti chyb měření na počtu použitých IMU. Schéma zapojení bloků pro simulaci s 10 AHRS je znázorněno na Obr. 7.18.



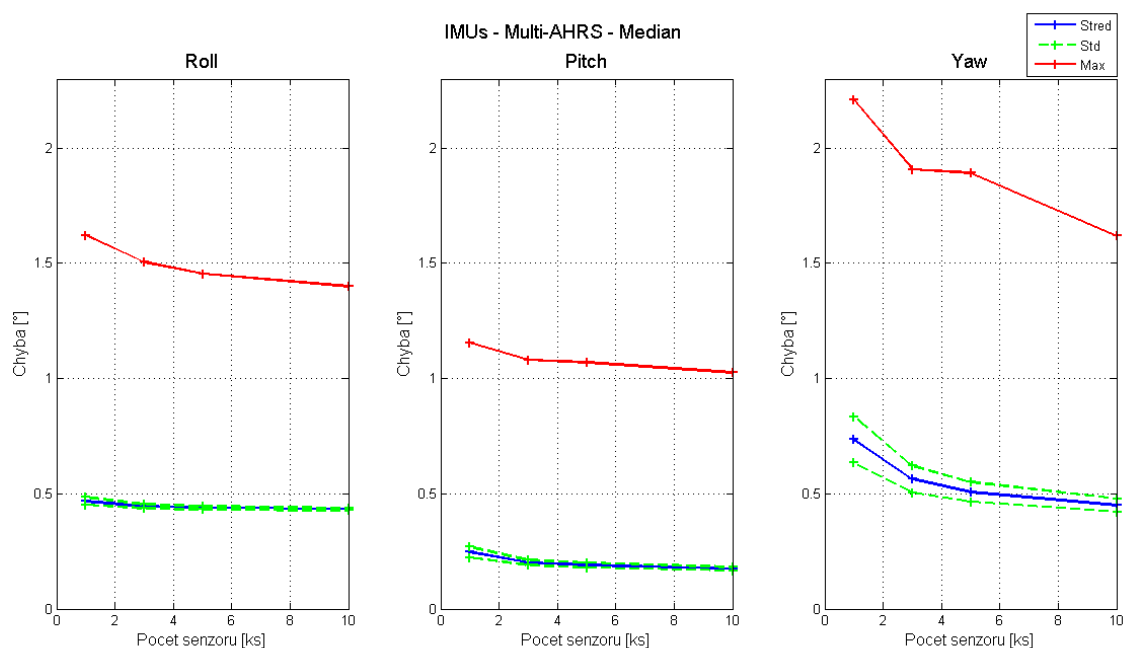
Obr. 7.18 Schéma simulace pro měření s 10 AHRS (AHRS s Komplementárním filtrem)

Ze schématu je zřejmý i fakt, že pro každý model nebylo v tomto uskupení možné jednoduše replikovat bloky AHRS pomocí kódu, ale bylo nutné je zkopírovat. Pro zpřehlednění bylo použito i odkazování k referenčním bodům (Modré spojovací bloky). Zde je také dobré povšimnout si toho, že se „fúzí“ výstupy z AHRS ve formě Eulerových úhlů, oproti fúzi jednotlivých výstupů ze senzorů, tak jak tomu bylo v předchozích měřeních.

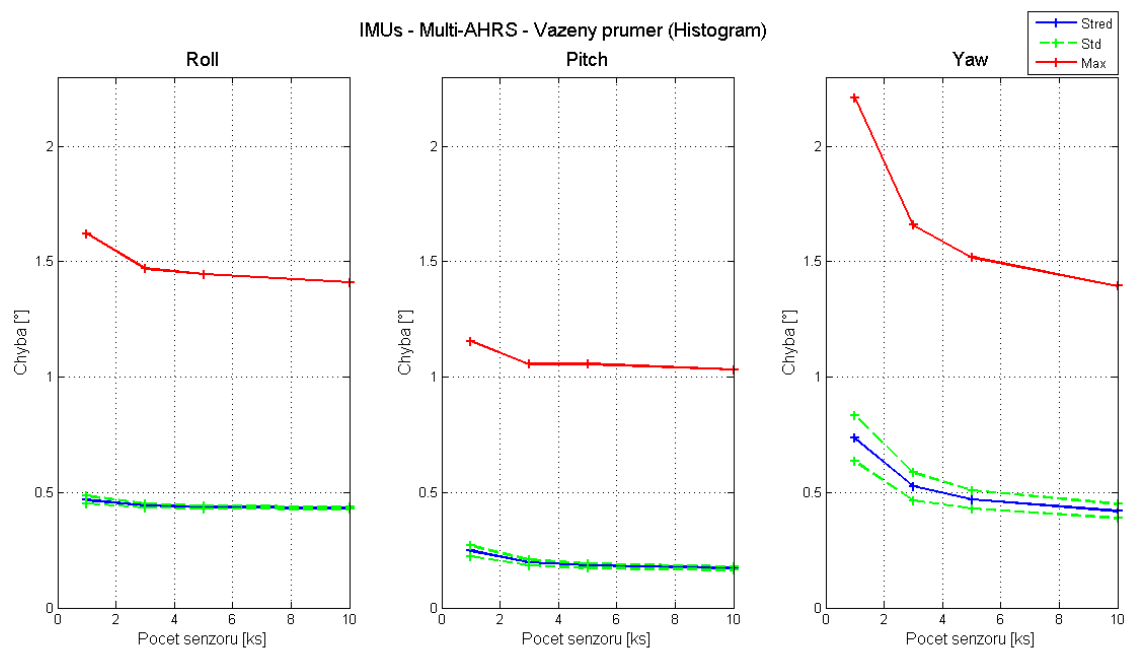
Červené bloky AHRS nejsou součástí přiložené knihovny, ale je možné je sestavit z jejich bloků podle schématu v pravém horním rohu obrázku Obr. 7.18. Jedná se zde pouze o zpřehledněnou variaci části schématu z obrázku Obr. 7.13. Blok „RPY Router“ slouží pouze k rozřazení výstupů z AHRS sloučených v jeden kanál na signály Roll, Pitch a Yaw, protože provádět toto rozřazení pomocí bloků „demux“ by bylo značně neefektivní.



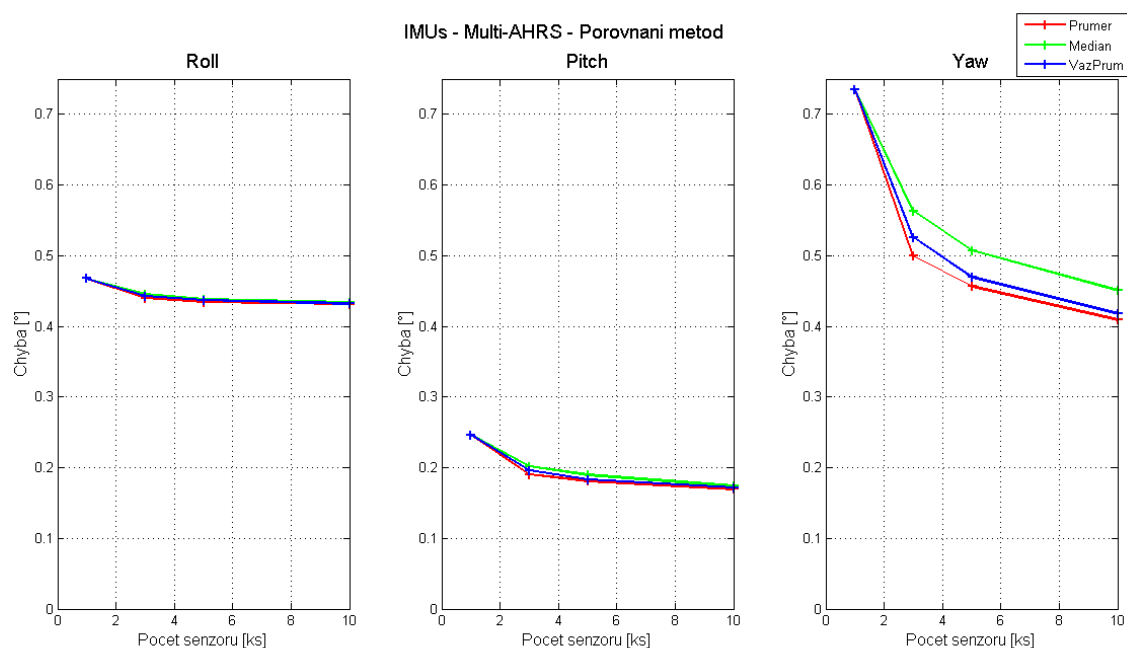
**Obr. 7.19 Závislost chyby řešení na počtu použitých AHRS s použitím komplementárního filtru - fúze AHRS: Průměr**



**Obr. 7.20 Závislost chyby řešení na počtu použitých AHRS s použitím komplementárního filtru - fúze AHRS: Medián**



**Obr. 7.21 Závislost chyby řešení na počtu použitých AHRS s použitím komplementárního filtru -  
fúze AHRS: Vážený průměr**



**Obr. 7.22 Závislost chyby řešení na počtu použitých AHRS s použitím komplementárního filtru -  
Porovnání metod fúze AHRS**

Tabulka 12: Měření s více AHRS (Komplementární filtr) – Průměr

Měření n-IMU - n-AHRS - Komplementární filtr							
Metoda: --- #Senzorů: 1 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4675	0.2465	0.7345	0.0%	0.0%
	Std.		0.0166	0.0222	0.0999		
Max Err.	Střed.		1.6226	1.1554	2.2097	0.0%	
	Std.		0.1006	0.1453	0.2609		
Metoda: Průměr #Senzorů: 3 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4396	0.1906	0.4997	20.2%	18.4%
	Std.		0.0089	0.0122	0.0572		
Max Err.	Střed.		1.4605	1.0281	1.5760	16.6%	
	Std.		0.0548	0.0950	0.2612		
Metoda: Průměr #Senzorů: 5 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4342	0.1809	0.4567	23.8%	21.9%
	Std.		0.0066	0.0097	0.0433		
Max Err.	Střed.		1.4113	1.0358	1.4074	19.9%	
	Std.		0.0593	0.0746	0.1718		
Metoda: Průměr #Senzorů: 10 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4314	0.1698	0.4090	27.7%	25.8%
	Std.		0.0041	0.0067	0.0300		
Max Err.	Střed.		1.3712	1.0041	1.2631	23.8%	
	Std.		0.0426	0.0534	0.1499		

Tabulka 13: Měření s více AHRS (Komplementární filtr) – Medián

Měření n-IMU - n-AHRS - Komplementární filtr							
Metoda: --- #Senzorů: 1 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4675	0.2465	0.7345	0.0%	0.0%
	Std.		0.0166	0.0222	0.0999		
Max Err.	Střed.		1.6226	1.1554	2.2097	0.0%	
	Std.		0.1006	0.1453	0.2609		
Metoda: Medián #Senzorů: 3 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4455	0.2020	0.5632	15.4%	12.2%
	Std.		0.0088	0.0112	0.0578		
Max Err.	Střed.		1.5061	1.0802	1.9067	9.1%	
	Std.		0.0769	0.0945	0.2564		
Metoda: Medián #Senzorů: 5 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4388	0.1895	0.5072	20.1%	15.4%
	Std.		0.0072	0.0108	0.0426		
Max Err.	Střed.		1.4540	1.0701	1.8930	10.7%	
	Std.		0.0518	0.0912	0.2542		
Metoda: Medián #Senzorů: 10 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4333	0.1738	0.4504	25.2%	21.2%
	Std.		0.0048	0.0070	0.0289		
Max Err.	Střed.		1.4001	1.0259	1.6202	17.2%	
	Std.		0.0404	0.0521	0.2310		

Tabulka 14: Měření s více AHRS (Komplementární filtr) – Vážený Průměr

Měření n-IMU - n-AHRS - Komplementární filtr							
Metoda: --- #Senzorů: 1 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4675	0.2465	0.7345	0.0%	0.0%
	Std.		0.0166	0.0222	0.0999		
Max Err.	Střed.		1.6226	1.1554	2.2097	0.0%	
	Std.		0.1006	0.1453	0.2609		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 3 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4424	0.1961	0.5261	18.1%	16.2%
	Std.		0.0087	0.0126	0.0600		
Max Err.	Střed.		1.4698	1.0565	1.6596	14.3%	
	Std.		0.0711	0.0944	0.2805		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 5 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4369	0.1833	0.4694	22.8%	19.8%
	Std.		0.0065	0.0098	0.0392		
Max Err.	Střed.		1.4454	1.0567	1.5191	16.9%	
	Std.		0.0634	0.0813	0.1781		
Metoda: Vážený průměr #Senzorů: 10 #Měření: 100							
Veličina		Jednotka	Roll	Pitch	Yaw	Zlepšení	
RMSE	Střed.	[°]	0.4318	0.1716	0.4180	27.0%	23.6%
	Std.		0.0050	0.0068	0.0310		
Max Err.	Střed.		1.4109	1.0322	1.3941	20.2%	
	Std.		0.0424	0.0643	0.1762		

I v tomto pokusu vyšla jako nejlepší metoda fúze více systémů metoda průměru. Výsledky tohoto měření však naznačují, že není výhodné využít více systémů AHRS, jelikož dosahují podobných výsledků jako více IMU s jedním AHRS a zároveň jsou výpočetně mnohem náročnější.

## 7.4 Shrnutí pořízených výsledků

Byla provedena 4 měření, pro různé počty senzorů a různé typy zapojení systému. Všechna měření byla opakována 100krát pro různá semínka šumu senzorů a byla provedena v módu „rapidní akcelerace“ v prostředí simulink. Tento mód generuje modely jako binární spustitelné soubory, které pak s vybranými parametry spouští. Tato konfigurace umožnila zrychlení simulací z odhadovaných 53 hodin (s normálním módem simulace) na 11,6 hodiny (viz záznam měření v příloze).

Z těchto měření poměrně jednoznačně plyne, že pro zpřesnění měření systémů AHRS s použitím Komplementárního filtru je nejlepší využití od 2 do 10 inerciálních měřících jednotek, jejichž jednotlivé typy jsou fúzovány metodou průměru. Ta dosahovala ve všech měřeních nelepších výsledků ze všech zvolených metod.



Další v pořadí by byla metoda váženého průměru, která je ze všech početně nejnáročnější, její výhodou by ale mohl být fakt, že i při 50 použitých senzorech nezačala konvergovat ke konstantní hodnotě tak, jako metoda průměru, což by mohlo vést k dalšímu progresivnímu zlepšení výsledku oproti metodě prostého průměru. Tímto znakem se vyznačovala i poslední metoda, tedy metoda využívající k fúzi senzorů medián. Avšak v běžné praxi je maximální počet použitých MEMS IMU roven přibližně 40. To zejména z konstrukčních důvodů, kde je velmi obtížné přivést takové množství senzorů na zpracovávací jednotky a kde vlivem parazitních jevů se přidávají nežádoucí šumy. Počet použitých senzorů by také měl záviset na jejich ceně a je možné odhadnout, že nejlepší poměry cena k výkonu se nacházejí v oblasti „kolena“ grafu.

## 8 ZÁVĚR

V rámci diplomové práce byly prozkoumány možnosti využití vícenásobných inerciálních senzorů (použití více IMU) pro aplikace AHRS. Nejprve byla zpracována rešerše týkající se problematiky navigačních systémů založených na inerciálních senzorech. Dále byly prostudovány dostupné algoritmy pro sestavení AHRS systému včetně fúze více senzorů jak stejného, tak rozdílného typu. Tato rešerše je obsažena v kapitolách: 2, 3, 4, 5.

Co se týče praktické realizace práce, byla nejprve získána měření šumu inerciálních senzorů, na jejichž základě byly vytvořeny různé typy modelů zašuměných senzorů. Tyto modely pak byly včetně vzorové trajektorie přivedeny na různé typy modelů systémů AHRS, které byly tvořeny bloky z knihovny, vytvořené autorem pro prostředí Matlab Simulink.

Modely AHRS nebyly použity od počátku praktického řešení práce, nejprve bylo nutné zprovoznit celý systém a pomocí různých technik ověřovat, zda jednotlivé subsystémy systému AHRS fungují správně. To se týkalo například odstranění vlivu vzájemného pohybu vztažných soustav, pro ověření správné funkce bloku integrace a stavu kvaternionu. Tento postup je popsán v kapitole: 6. Ta pojednává o celém zpracování první verze přiložené knihovny. Úpravy v knihovně jsou pak popsány v kapitole řešící samotná měření. V kapitole 7 a jejich podkapitolách byla popsána jednotlivá měření zkoumající vliv využití více senzorů (IMU) na výsledek měření systémů AHRS.

Nejprve byl zjištěn vliv využití pouze více gyroskopů bez korekcí jinými systémy na výstup systému AHRS. Toto měření ukázalo, že bez dalších korekcí je možné pouze s gyroskopy dosáhnout přibližně 55 % zlepšení s 10 senzory (reálně použitelné množství) oproti použití pouze 1 senzoru. Pokud se přidají i informace o poloze a rychlostech, je pak možné korigovat odchylky vlivem vzájemné rotace a translace vztažných soustav a tím docílit s 10 gyroskopy zlepšení ještě o dalších 10 % – 15 %. V případě použití až 50 gyroskopů se pak jedná o zlepšení řádově 80% oproti použití pouze jednoho senzoru.

Další měření bylo provedeno s použitím komplementárního filtru pro fúzi z různých typů senzorů (Gyroskopy, Akcelerometry, Magnetometry). Toto řešení samotné snížilo chybu měření k hodnotám, kterých dosahovaly samotné gyroskopy ve spojení s korekcí vzájemného pohybu vztažných soustav a použitím více senzorů (průměrné RSME ze sto měření rovno cca 0,4°). Při použití více senzorů bylo pak dosaženo zlepšení kolem 24% z výše zmíněné hodnoty s použitím 10 IMU.

Nakonec bylo provedeno měření, kde bylo použito více samostatných systémů AHRS. Toto řešení dosahovalo podobných výsledků jako předchozí metoda. Oproti tomu ale bylo mnohem náročnější na výpočetní výkon a tak nebylo posouzeno jako vhodné pro další výzkum.

Průběhy závislostí chyby simulovaného řešení oproti referenčnímu byly pro všechny metody podobné. Jednalo se o závislosti v podobě „lomené funkce“, kde chyba měření

v závislosti na zvyšujícím se počtu senzorů prudce klesla a nadále konvergovala ke konstantní hodnotě. Ze všech metod pro fúzi z více senzorů (signálů) stejného typu vyšla nejlépe metoda prostého průměru, jejíž průběh klesal z počátku nejrychleji. Ideální počet senzorů se pro tuto metodu může být považován v rozmezí mezi 2 – 10 měřícími jednotkami. Další závislosti záleží na vlastním použití a zejména na ceně daného senzoru. Tento počet senzorů by měl tedy být fúzován metodou prostého průměru do systému AHRS založeného například na principu komplementárního filtru, čímž by mohlo být dosaženo velmi přesného řešení i s poměrně nepřesnými levnými senzory vyrobenými technologií MEMS. Jistého zlepšení by bylo jistě možné dosáhnout opakovaným znovu-nastavováním komplementárního filtru pro danou aplikaci, to ovšem by bylo velmi složité v produkční praxi.

Kromě těchto měření, která potvrdila význam využití fúze více senzorů stejného typu pro systémy AHRS, je výstupem práce i výše zmíněná knihovna pro prostředí Matlab Simulink, která obsahuje základní konstrukční prvky některých inerciálních navigačních systémů. Tato knihovna může být využívána během dalšího vývoje na poli všeobecného letectví, nebo ve spojení s tímto dílem jako úvod do problematiky inerciálních navigačních systémů pro letecký průmysl.

Během řešení této práce si autor vyzkoušel metody simulování leteckých inerciálních navigačních systémů, aplikoval své znalosti a zkušenosti ze studia a několikaleté praxe v leteckém průmyslu. V neposlední řadě autor získal cenné zkušenosti na poli vývoje leteckých navigací.

# Literatura

- [1] WOODMAN, Oliver. *An introduction to inertial navigation* [online]. Cambridge: University of Cambridge, 2007 [cit. 2013-08-29]. ISSN 1476-2986. Dostupné z: <http://www.cl.cam.ac.uk/techreports/>
- [2] *Coordinates*[online]. M.I. Voitsekhovskii, A.B. Ivanov (originator), Encyclopedia of Mathematics. URL: <http://www.encyclopediaofmath.org/index.php?title=Coordinates>
- [3] VEVERKA, Bohuslav. *Souřadnicové transformace v geoinformatice* [online]. Praha: ČVUT Praha, 2006 [cit. 2013-08-29]. Dostupné z: [http://www.vugtk.cz/odis/sborniky/jine/geos06/paper/42\\_veverka\\_b/paper/42\\_veverka\\_b.pdf](http://www.vugtk.cz/odis/sborniky/jine/geos06/paper/42_veverka_b/paper/42_veverka_b.pdf)
- [4] Farrell, J.A. *Aided navigation: GPS with High Rate Sensors* s.530.: McGraw-Hill, 2008. DOI: 10.1036/0071493298
- [5] SVOBODA, Emanuel. *Přehled středoškolské fyziky*. 4. uprav. vyd. Praha: Prometheus, c2006, 531 s. ISBN 80-719-6307-0.
- [6] KELSO, T.S. Orbital Coordinate Systems: Part 1. *Space command* [online]. 1995, September/October, 2006-04-27 [cit. 2013-08-31]. Dostupné z: <http://www.celstrak.com/columns/v02n01/>
- [7] ABOELMAGD NOURELDIN, Tashfeen B. *Fundamentals of inertial navigation, satellite-based positioning and their integration*. Heidelberg: Springer. ISBN 978-364-2304-668.
- [8] BARÁNEK, R. *Estimace stavu miniaturního létajícího robota*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2013. 23 s. Vedoucí pojednání prof. Ing. František Šolc, CSc.
- [9] RIPKA, Pavel, Stanislav ĎAĎO, Marcel KREIDL a Jiří NOVÁK. *Senzory a převodníky*. 1. vyd. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2005, 136 s. ISBN 80-010-3123-3.
- [10] LENZ, J. a S. EDELSTEIN. Magnetic sensors and their applications. *IEEE Sensors Journal*. 2006, vol. 6, issue 3, s. 631-649. DOI: 10.1109/JSEN.2006.874493. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1634415>
- [11] H. H. Yang et al., "Ferromagnetic micromechanical magnetometer," *Sens. Actuators A*, vol. 97-98, pp. 88–97, 2002
- [12] TRLIČÍK, J. *Modelování inerciálních snímačů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2013. 104s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Petr Beneš, Ph.D.
- [13] PETKOV, Petko a Tsonyo SLAVOV. Stochastic Modeling of MEMS Inertial Sensors. *CYBERNETICS AND INFORMATION TECHNOLOGIES*. 2010, roč. 10, č. 2, 31 - 40. Dostupné z: [http://www.cit.iit.bas.bg/CIT\\_2010/v10-2/31-40.pdf](http://www.cit.iit.bas.bg/CIT_2010/v10-2/31-40.pdf)

- [14] Stockwell, W., *Bias Stability Measurement: Allan Variance*, Crossbow Technology, Inc. 2004. [cit. 2013-11-12]. Dostupné z: [http://www.xbow.com/Literature/Application\\_Notes\\_Papers/Gyro\\_Bias\\_Stability\\_Measurement\\_using\\_Allan\\_Variance.pdf](http://www.xbow.com/Literature/Application_Notes_Papers/Gyro_Bias_Stability_Measurement_using_Allan_Variance.pdf)
- [15] Stockwell, W., *Angle Random Walk*, Crossbow Technology, Inc. [cit. 2013-11-12]. Dostupné z: [http://www.xbow.com/Literature/Application\\_Notes\\_Papers/Angle\\_Rom\\_Walk\\_Estimation\\_for\\_Rate\\_Gyros.pdf](http://www.xbow.com/Literature/Application_Notes_Papers/Angle_Rom_Walk_Estimation_for_Rate_Gyros.pdf)
- [16] AGGARWAL, P., Z. SYED, Z. NOURELDIN a N. EL-SHEIMY. *MEMS-Based Integrated Navigation*. Norwood (USA): Artech House, 2010. ISBN 978-1-60807-043-5.
- [17] MPU-6000/6050 Six-Axis (Gyro + Accelerometer) MEMS MotionTracking™ Devices: for Smart Phones, Tablets, and Wearable Sensors. INVENSENSE. *Invensense.com* [online]. 2013 [cit. 2013-12-08]. Dostupné z: <http://invensense.com/mems/gyro/mpu6050.html>
- [18] ŠIMANDL, Miroslav. CENTRUM PRO ROZVOJ VÝZKUMU POKROČILÝCH ŘÍDICÍCH A SENZORICKÝCH TECHNOLOGIÍ - VUT BRNO. *Odhad stavu stochastických systému: Učební texty k semináři* [Online]. 2010 [cit. 1.1.2014]. Dostupné z: [http://www.crr.vutbr.cz/system/files/brozura\\_07\\_1012.pdf](http://www.crr.vutbr.cz/system/files/brozura_07_1012.pdf)
- [19] CHOTAŠ, K. *Měření malých objektů magnetickou rezonancí*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2012. 68 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Stanislav Klusáček. Dostupné z: [https://www.vutbr.cz/studium/zaverecne-prace?zp\\_id=52493](https://www.vutbr.cz/studium/zaverecne-prace?zp_id=52493)
- [20] HOU, Haiying. *Modeling Inertial Sensors Errors Using Allan Variance*. Calgary, 2004. Dostupné z: [http://www.ucalgary.ca/engo\\_webdocs/NES/04.20201.HaiyingHou.pdf](http://www.ucalgary.ca/engo_webdocs/NES/04.20201.HaiyingHou.pdf). Diplomová práce. University of Calgary.
- [21] NASSAR, Sameh. *Improving the Inertial Navigation System (INS) Error Model for INS and INS/DGPS Applications*. Calgary, 2003. Dostupné z: [http://www.ucalgary.ca/engo\\_webdocs/KPS/03.20183.SNassar.pdf](http://www.ucalgary.ca/engo_webdocs/KPS/03.20183.SNassar.pdf). Disertační práce. University of Calgary.
- [22] PARK, Minha. *Error Analysis and Stochastic Modeling of MEMS based Inertial Sensors for Land Vehicle Navigation Applications*. Calgary, 2004. Diplomová práce. University of Calgary.
- [23] SHIN, Eun-Hwan. *Estimation Techniques for Low-Cost Inertial Navigation*. Calgary, 2005. Dostupné z: [http://www.ucalgary.ca/engo\\_webdocs/NES/05.20219.EHShin.pdf](http://www.ucalgary.ca/engo_webdocs/NES/05.20219.EHShin.pdf). Disertační práce. University of Calgary.
- [24] ŠILHÁN, Michal. *Odhad orientace UAV v prostoru*. Praha, 2010. Dostupné z: [http://fieldbus.feld.cvut.cz/cs/system/files/files/cs/vyuka/zaverecne\\_prace/DP\\_2010\\_Silha\\_n\\_locked.pdf](http://fieldbus.feld.cvut.cz/cs/system/files/files/cs/vyuka/zaverecne_prace/DP_2010_Silha_n_locked.pdf). Diplomová Práce. České Vysoké Učení Technické.
- [25] GROVES, Paul D. *Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems*. Boston: Artech House, c2008, xvi, 518 p. ISBN 978-1-58053-255-6.

- [26] BARÁNEK, Radek a František ŠOLC. *Tuning of complementary filter attitude estimator using precise model of multicopter*. ElectroScope. 2013, V. Dostupné z: [http://ek702p10-ket.fel.zcu.cz/images/PDF/Rocnik2013/Cislo5\\_2013/r7c5c1.pdf](http://ek702p10-ket.fel.zcu.cz/images/PDF/Rocnik2013/Cislo5_2013/r7c5c1.pdf)
- [27] HESS, Lukáš. *Návrh dvoukolového autonomního robota*. Brno 2013. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automatizace a informatiky. 102 s.. Vedoucí diplomové práce Ing. Daniel Zuth, Ph.D. Dostupné z: [http://uai.fme.vutbr.cz/szz/2013/DP\\_Hess.pdf](http://uai.fme.vutbr.cz/szz/2013/DP_Hess.pdf)

## Seznam zkratek

**FAA** – Federal Aviation Administration  
**EASA** – European Aviation Safety Agency  
**GA** – General Aviation  
**AHRS** – Attitude & Heading Reference System - Polohový a kursový referenční systém  
**MEMS** – Micro Electro Mechanical Systems  
**WGS84** – World Geodetic System 1984  
**LON** – Longitude – Zeměpisná délka  
**LAT** – Latitude – Zeměpisná šířka  
**ALT** – Altitude – Výška nad povrchem  
**ECEF** – Earth Centered Earth Fixed Frame  
**ECI** – Earth Centered Inertial  
**NED** – North East Down  
**ENU** – East North Up  
**LLF** – Local Level Frame  
**DCM** – Direction Cosine Matrix  
**EA** – Euler Angles  
**R** – Roll - Náklon  
**P** – Pitch - Klopení  
**Y** – Yaw - Kurz  
**BF** – Body Frame  
**INS** – Inerciální Navigační Systém  
**IMU** – Inertial Measurement Unit  
**WF** – Wander frame  
**SW** - Software  
**UAV** – Unmanned Aerial Vehicle  
**FOG** – Fibre-Optic Gyroscope  
**RLG** – Ring Laser Gyroscope  
**PPM** - Parts Per Million  
**GM** – Gauss-Markov  
**ARW** – Angle Random Walk  
**RRW** – Rate Random Walk  
**GPS** – Global Positioning System  
**GNSS** – Global Navigation Satellite Systems  
**PSD** – Power Spectral Density  
**KF** – Kalmanův Filtr  
**EKF** – Extended Kalman Filter  
**RMSE** – Root Mean Square Error

## Seznam příloh

Příloha 1. **Paměťové medium** – Obsahuje příklady analýzy šumu signálů gyroskopů, výsledky měření, příklady spouštěcích skriptů a knihovnu s bloky pro tvorbu AHRS v prostředí Matlab Simulink.